
Examen, 1ère session

Les calculatrices, téléphones portables et documents sont interdits. Nous rappelons qu'il faut prouver les résultats énoncés. La qualité de la rédaction sera prise en compte : nous vous conseillons d'indiquer les numéros des exercices et des questions et de souligner ou encadrer les résultats.

Exercice 1.

- (a) Rappeler la formule du binôme de Newton.
(b) Mettre sous forme algébrique

$$z_1 = \prod_{k=1}^{17} e^{ik\pi/3}.$$

- (c) Mettre sous forme exponentielle et forme algébrique le nombre complexe

$$z_2 = \sum_{k=0}^{11} \binom{11}{k} (-1+i)^k 2^{5-k}.$$

Exercice 2. On considère dans \mathbb{R}^3 le cube $(ABCDEFGH)$ de sommets $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $C = (1, 1, 0)$, $D = (0, 1, 0)$, $E = (0, 0, 1)$, $F = (1, 0, 1)$, $G = (1, 1, 1)$ et $H = (0, 1, 1)$.

- (a) Donner une représentation cartésienne (implicite) du plan contenant les points A , C , et F .
(b) Montrer que ce plan est orthogonal à la droite (BH) .
-

Exercice 3. On considère la fonction $f(x) = \ln(\ln(x))$.

- (a) Montrer que f est définie, continue et dérivable sur $]1, e]$.
(b) Calculer la dérivée de f sur l'intervalle $]1, e]$.
(c) Calculer

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x).$$

- (d) Montrer que pour tout $x \in]1, e]$, $f(x) \leq 0$.
-

Exercice 4. Calculer les primitives (a) $\int \frac{1}{(x-2)(x+3)} dx$ et (b) $\int \frac{dx}{x(7+\ln x)}$.