

DIDA801 - CTD4 - équations de droites

Exercice. L'espace est rapporté à un repère $(0; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Dans ce repère, on définit les quatre points $A(1; 2; 3)$, $B(2; -1; 0)$, $C(0; -3; 1)$ et $D(-1; 0; 2)$. Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes ?

Les réponses de trois élèves de terminale suivant l'enseignement de spécialité.

Élève 1

Je détermine les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} , vecteur directeur de la droite (AB) et les coordonnées du vecteur \overrightarrow{CD} , vecteur directeur de la droite (CD) .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas proportionnelles donc ces vecteurs ne sont pas colinéaires. On en déduit que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Alors les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

Élève 2

J'ai utilisé un logiciel de géométrie dans l'espace.

J'ai entré les coordonnées des points A , B , C et D puis j'ai tracé le plan ABC .

Son équation est $9x - 5y + 8z = 23$.

Donc, je peux dire que D n'appartient pas au plan ABC .

Élève 3

J'écris une équation paramétrique de chacune des deux droites :

$$(AB) \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 3-3t \end{cases} \quad t \in \mathbf{R} \qquad (CD) \begin{cases} x = -t' \\ y = -3+3t' \\ z = 1+t' \end{cases} \quad t' \in \mathbf{R}$$

$M(x; y; z)$ est un point d'intersection des deux droites si et seulement si ses coordonnées vérifient les deux équations. On obtient un système :

$$\begin{cases} 1+t = -t' \\ 2-3t = -3+3t' \\ 3-3t = 1+t' \end{cases}$$

Dans la première équation on a $t' = -1-t$ et en remplaçant dans la troisième, on obtient $3-3t = 1-1-t$ ce qui donne $t = \frac{3}{2}$ et donc ensuite $t' = -\frac{5}{2}$. On peut maintenant calculer les coordonnées de M par exemple à partir de (AB) et on trouve $M\left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Les droites (AB) et (CD) sont donc sécantes en M .

Questions.

1. **Indiquer** le thème concerné et la situation de cet exercice dans la progression.
2. **Proposer** différentes procédures de résolution de cet exercice. Pour chacune des procédures proposées, **préciser** : les connaissances et compétences mobilisées.
Discuter la place jouée par les systèmes d'équations linéaires.
3. **Analyser** les productions des trois élèves qui sont proposées, en mettant en évidence les connaissances et compétences mobilisées et les erreurs éventuelles.