

## DIDA801 - DM2

**Exercice.** Dans un tétraèdre  $ABCD$ ,  $I, J$  et  $K$  sont respectivement les milieux de  $[AB]$ ,  $[BD]$  et  $[BC]$ . Les points  $E$  et  $F$  sont définis par  $\vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AJ}$  et  $\vec{CF} = \frac{2}{3}\vec{CJ}$ . Démontrer que les points  $I, E, F$  et  $K$  sont coplanaires.

**Les réponses de trois élèves.**

### Élève 1

Il est clair que  $(B; \vec{BC}, \vec{BD}, \vec{BA})$  est un repère de l'espace. Dans ce repère, on a :  $I(0; 0; 1/2)$ ,  $K(1/2; 0; 0)$ ,  $F(1/3; 1/3; 0)$  et  $E(0; 1/3; 1/3)$ . J'en déduis :  $\vec{IE}(0; 1/3; -1/6)$  et  $\vec{FK}(1/6; -1/3; 0)$ .

Je calcule  $xy' - yx'$  :  $0 \times \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{18}$ .

$xy' - yx'$  n'est pas nul, donc  $(IE)$  et  $(FK)$  ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes et donc coplanaires.

$I, E, F$  et  $K$  sont bien coplanaires.

### Élève 2

J'ai tracé une figure. Sur la figure, j'ai tracé  $(IE)$  et  $(FK)$ . Elles sont sécantes.

### Élève 3

$\vec{IK} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ , d'après le théorème des milieux.

$$\vec{FE} = \vec{FC} + \vec{CE} = \frac{2}{3}\vec{JC} + \vec{CE}$$

$$\vec{FE} = \vec{FA} + \vec{AE} = \vec{FA} + \frac{2}{3}\vec{AJ}$$

Je vois sur la figure que  $\vec{FE} = \frac{1}{3}\vec{CA}$ , mais je n'arrive pas à le montrer.

**Questions.**

1. Analyser les productions de ces trois élèves en mettant en évidence les outils utilisés et les erreurs éventuelles. Quelles aides pourraient leur être apportées ?
2. En s'appuyant sur les productions des élèves, proposer une correction telle qu'elle pourrait être exposée devant une classe d'enseignement de spécialité en terminale.
3. Proposer deux exercices sur le thème *géométrie dans l'espace* en précisant les objectifs visés par chacun d'eux.