Erratum
Calendrier Mathématique 2019

9 juillet 2019

Merci à tous ceux qui nous font remarquer les erreurs dans le calendrier.

— Solution du problème du 23 janvier. L'erreur vient du fait que $9 = 3 \times 3$ n'est pas premier. Voici la phrase dans la solution : *Puisque 5, 7 et 9 sont des nombres premiers, p est divisible par 5, 7 et 9 si et seulement si p est divisible par* $5 \times 7 \times 9 = 315$.
Il faudrait dire : Puisque 5, 7 et 9 sont des *nombres premiers entre eux,* p est divisible par 5, 7 et 9 si et seulement si p est divisible par $5 \times 7 \times 9 = 315$.

— Il y a des erreurs qui se sont glisés dans la solution du problème du 5 juillet. Voici l'enoncé et la solution corrigé (j'espère sans erreurs). Les corrections sont en gras.

Enoncé : Quel est le nombre de multiples de 7 compris entre 1 et 2019 dont tous les chiffres sont distincts de 7 ?

Réponse : 210.

Solution : Si on divise 2019 par 7, on obtient la relation $2019 = 7 \times 288 + 3$. Les multiples cherchés sont donc : 1×7, 2×7,..., 288×7. Il ya donc 288 multiples de 7.
Comptons, parmi les multiples de 7, ceux dont le chiffre des unités est égal à 7. Les chiffres des unités des multiples de 7 sont 7, 4, 1, 8, 5,

2, 9, 6, 3 et 0 dans cet ordre, et tous ceux qui finissent par 7 sont de la forme $7 \times (10n + 1)$ pour n un entier non négatif. Donc parmi les $288 = 10 \times 28 + 8$ multiples de 7 il y en a **29** dont le chiffre des unités est égal à 7.
Comptons maintenant ceux dont le chiffre des centaines est égal à 7 et le chiffre des unités est différent de 7. Donc il faut compter les multiples de 7 compris entre 700 et 799 ou entre 1700 et 1799, dont le chiffre des unités est différent de 7.

— Comme $700 = 7 \times 100$ et $799 = 7 \times 114 + 1$, il y a 15 multiples de 7 entre 700 et 799, et parmi ceux-ci 7×101 et 7×111 finissent par 7. Il faut donc compter $15 - 2 = 13$ multiples de 7.
— Comme $1700 = 7 \times 242 + 6$ et $1799 = 7 \times 257$, il y a 15 multiples de 7 entre 1700 et 1799, et parmi ceux-ci seulement 7×251 finit par 7. Il faut donc compter 14 multiples de 7.

Il nous reste donc à compter les multiples de 7 dont le chiffre des dizaines est 7 et les autres chiffres sont différents de 7. Les nombres que nous cherchons sont donc des multiples de 7 de la forme $1000a + 100b + 70 + c \leq 2019$ avec a égal à 0 ou 1, b et c des chiffres entre 0 et 9 différents de 7. Alors $1000a + 100b + c \leq 1949 = \mathbf{2019} - \mathbf{70}$ est aussi un multiple de 7 et nous remarquons que le chiffre des dizaines doit être 0. Soit x tel que $7x = 1000a + 100b + c$, on a donc $\mathbf{0} \leq x \leq 278$. Analysons les différents cas selon la valeur du chiffre des unités de x. Comme $c \neq 7$ le chiffre des unités de x est différent de 1 et regardons chaque autre cas :

— Si le chiffre des unités de x est 0, le chiffre des dizaines doit être aussi 0, car $7x$ a 0 comme chiffre des dizaines. On obtient alors $x = \mathbf{0}, 100, 200$ et les multiples de 7 que nous cherchons sont **70**, 770 et 1470. Comme le chiffre des centaines de 770 est 7, nous comptons dans ce cas **deux nombres.**
— Si le chiffre des unités de x est 2, le chiffre des dizaines doit être 7, car $7x$ a 0 comme chiffre des dizaines. On obtient alors $x = 72, 172, 272$ et les multiples que nous cherchons sont 574, 1274 et 1974. Nous comptons dans ce cas trois nombres.
— Si le chiffre des unités de x est 3, le chiffre des dizaines doit être 4. On obtient alors $x = 43, 143, 243$ et les multiples que nous cherchons sont 371, 1071 et 1771. Comme le chiffre des centaines de 1771 est 7, nous comptons dans ce cas deux nombres.
— Si le chiffre des unités de x est 4, le chiffre des dizaines doit être

4. On obtient alors $x = 44, 144, 244$ et les multiples que nous cherchons sont 378, 1078 et 1778. Comme le chiffre des centaines de 1778 est 7, nous comptons dans ce cas deux nombres.
- Si le chiffre des unités de x est 5, le chiffre des dizaines doit être 1. On obtient alors $x = 15, 115, 215$ et les multiples que nous cherchons sont 175, 875 et 1575. Nous comptons dans ce cas trois nombres.
- Si le chiffre des unités de x est 6, le chiffre des dizaines doit être 8. On obtient alors $x = 86, 186$ et les multiples que nous cherchons sont 672 et 1372. Nous comptons dans ce cas deux nombres.
- Si le chiffre des unités de x est 7, le chiffre des dizaines doit être 8. On obtient alors $x = 87, 187$ et les multiples que nous cherchons sont 679 et 1379. Nous comptons dans ce cas deux nombres.
- Si le chiffre des unités de x est 8, le chiffre des dizaines doit être 5. On obtient alors $x = 58, 158, 258$ et les multiples que nous cherchons sont 476, 1176 et 1876. Nous comptons dans ce cas trois nombres.
- Si le chiffre des unités de x est 9, le chiffre des dizaines doit être 2. On obtient alors $x = 29, 129, 229$ et les multiples que nous cherchons sont 273, 973 et 1673. Nous comptons dans ce cas trois nombres.

Donc au total nous avons $288 - 29 - 13 - 14 - 22 = 210$ nombres.

- Il y a un erreur dans l'énoncé du problème du 10 juillet. Ca devrait être :

  Emma, Anna, Sophie, Pierre, Victor et Louis jouent aux fléchettes. Le nombre de points que chacun a remporté est égal au carré du nombre de fois qu'il a tiré. Emma a joué 7 coups de plus que Louis et Victor a joué 15 coups de plus que Sophie. **Si la différence de points dans chaque couple** est de 45 points, quel garçon est le compagnon de Sophie ?