

---

# Le problème $MU$

Dans cette activité, on se donne un ensemble de trois symboles  $\{M, I, U\}$  pouvant être arbitrairement composés pour former des mots. Par exemple,  $MMM$ ,  $MIU$  ou encore  $UUIM$  sont des mots valides.

On se donne désormais un ensemble de quatre règles :

$$xI \rightarrow xIU \quad (1)$$

$$Mx \rightarrow Mxx \quad (2)$$

$$xIIIy \rightarrow xUy \quad (3)$$

$$xUUy \rightarrow xy \quad (4)$$

$x$  et  $y$  représentent une suite quelconque de symboles. Par exemple, la règle (1) permet de transformer  $MMMI$  en  $MMMIU$  et la règle (2)  $MIU$  en  $MIUIU$ .

On se pose désormais deux questions : est-il possible de transformer le mot  $MI$  en  $MU$  en utilisant uniquement les règles ci-dessus ? Quels sont les critères permettant de dire si une chaîne donnée peut être obtenue à partir de  $MU$  en utilisant uniquement les règles ci-dessus ?