

TD 5

Fonctions de deux variables, intégration

18 octobre 2012

Exercice 1.

Pour les fonctions de deux variables suivantes, dire sur quels domaines de \mathbb{R}^2 elles sont définies, dérivables en x et en y et calculer leurs dérivées partielles en x et y :

$$f(x, y) = 3x^3 + 6x^2y + 7/y \quad g(x, y) = \frac{e^x}{x+y} \quad h(x, y) = \frac{\sqrt{x}}{y}.$$

Exercice 2.

Trouver les points critiques des fonctions

$$f(x, y) = 4xe^{-x^2-y^2} \quad g(x, y) = x^3 - xy + y^2 \quad h(x, y) = e^x \cos(y).$$

Exercice 3.

Calculer $\int_D f(x, y) dx dy$ pour les domaines D et fonctions f suivants :

$$f(x, y) = x^2(2y + 1), \quad D = [-1, 1] \times [0, 1].$$
$$f(x, y) = e^x \cos(y), \quad D = [0, 1] \times [0, \pi].$$

Exercice 4.

Calculer pour $D = \{(x, y), 0 \leq x, y \leq 1, x + y \leq 1\}$, l'intégrale

$$\int_D x^2 dx dy.$$

Il est conseillé de dessiner le domaine D au brouillon pour se faire une idée. Peut-on appliquer la même formule que pour l'exercice précédent et pour quelle raison ?

Exercice 5.

Que pouvez-vous dire de l'aire du domaine $D = \{(x, y), 0 \leq x, y \leq 1, x^2 + y^2 \leq 1\}$? (faites un dessin). Retrouver cette aire bien connue en calculant

$$\int_D 1 dx dy.$$