

## TD 2 Matrices

13 septembre 2013

### Exercice 1.

Pour chacune des matrices suivantes, dire quelle est sa taille, son troisième vecteur colonne, son deuxième vecteur ligne, ses coefficients  $(2, 1)$  et  $(1, 3)$  (s'ils existent). Dire également lesquelles sont carrées, diagonales, des vecteurs lignes ou des vecteurs colonnes.

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & \pi & -12 \\ -1 & 0 & 10 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 5 & 72 \\ -2e & \pi \end{pmatrix} \quad (11 \quad -8 \quad \pi^2 \quad 6 \quad 5) \quad \begin{pmatrix} 10 \\ -4 \\ 3 \\ 2.5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -2 & -2 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 15 & 6 & 7 & -3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 7 & 11 \\ 13 & 17 & 19 & 23 & 29 \end{pmatrix}$$

### Exercice 2.

Calculer  $A + B$ ,  $2A + C$  et  $3A + B + C$  et pour les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Quelles matrices de l'exercice précédent peut-on sommer entre elles ?

### Exercice 3.

Parmi les matrices suivantes, lesquelles peut-on multiplier entre elles, dans quel sens, et quelle est la taille des matrices obtenues ? Faire le calcul des différents produits. Mêmes questions avec les matrices de l'exercice 1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & -7 \\ 9 & 11 & 12 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad D = (1 \quad 1 \quad 1) \quad E = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

### Exercice 4.

Calculer les produits  $AB$ ,  $BA$  et  $C \times C$  avec les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Exercice 5.**

Écrire chaque système linéaire suivant comme un problème matriciel  $AX = B$  en précisant les dimensions de  $A$ ,  $X$ ,  $B$ , et en écrivant dans chaque cas ce que sont les matrices  $A$ ,  $X$  et  $B$ .

$$\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 5y + 4z = 11 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x + 9y + 6z = 114 \\ 4x - 7z = -91 \\ -x - 2z = -26 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x + 7y = 0 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$$

**Exercice 6.**

Soit  $D$  la matrice diagonale

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

Avec les matrices  $A$  et  $B$  de l'exercice 4, calculer  $DA$  et  $DB$ . Repérez-vous une manière simple de calculer le produit de  $D$  par une matrice de taille  $(3, p)$ ? Même question pour la multiplication à droite ( $AD$  et  $BD$ ) et le produit d'une matrice de taille  $(n, 3)$  par  $D$ .

**Exercice 7.**

Chercher les matrices inverses de

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$