Prénom NOM :

Interrogation n° 1

Toutes les réponses doivent être rédigées. Calculatrices et documents **interdits**.

Questions de cours

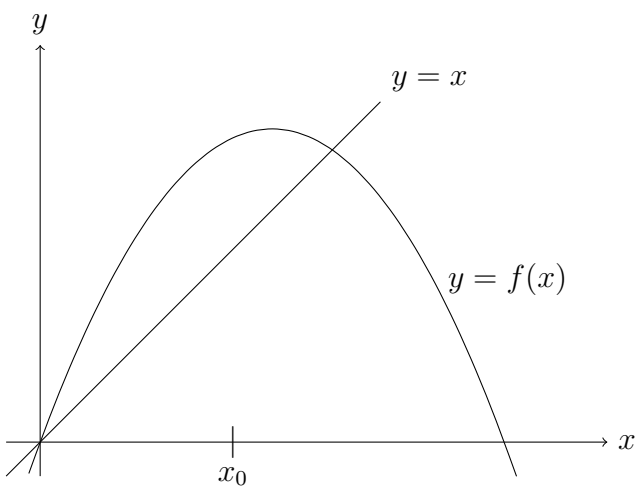
1. Soit $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ une suite géométrique de raison r.
   (a) Exprimer x_{n+1} en fonction de x_n.

   (b) Rappeler (sans justification) la formule pour $x_0 + \cdots + x_n$ quand $r \neq 1$.

2. Soit $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ une suite qui suit le modèle logistique $x_{n+1} = rx_n\left(1 - \dfrac{x_n}{M}\right)$ où $r > 0$ et $M > 0$. Supposons que la suite $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge vers une limite x^*. Déterminer les valeurs possibles de x^*.

Exercice n° 1

On considère la fonction f dont le graphe est représenté ci-dessous. Soit $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ une suite telle que $x_{n+1} = f(x_n)$. Représenter (sans justification) la trajectoire de la suite sur le graphique.



TSVP

Exercice n° 2

On considère une population dont on note x_n la taille à la génération n. Entre les générations n et $n+1$, chaque individu donne naissance en moyenne à β individus et meurt avec probabilité θ. De plus, un nombre fixe p d'immigrants arrive à chaque génération.

1. Exprimer $x_{n+1} - x_n$ en fonction de x_n, β, θ et p.

2. On suppose désormais que l'on a $\beta = 0,5$, $\theta = 0,7$ et $p = 20$. On considère la fonction f définie par $f(x) = 0,8x + 20$. Déterminer les réels x^* tels que $f(x^*) = x^*$.

3. Trouver l'expression du terme général x_n (on pourra introduire la suite définie par $y_n = x_n - x^*$).

4. Déterminer la monotonie et la convergence de la suite $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ si $x_0 = 150$.