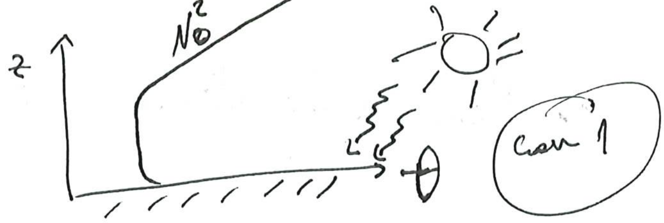


Convection dans l'atmosphère :

Convection sèche :

Chauffage de la surface par le Soleil → air chaud s'élève et se mélange

couche limite convective 1-2km.

Convection humide :

Air chaud et humide s'élève → condensation

↓

rejet de chaleur latente

⇒ convection profonde : ~~peut atteindre la trop~~ s'arrête à la tropopause (pq ?).

La convection est omniprésente dans l'atmosphère. Elle nourrit la formation de nuages.

Convection dans l'océan :

• refroidissement de la surface / ~~pluie~~ évaporation / rejet de sel.

• double-diffusion

• ~~pluie~~

• convection thermique : la nuit, ou l'hiver quand le vent souffle.
~~typiquement~~ typiquement ~ 100-200m

Med, Mer Labrador, Groenland : stratif initiale faible et refroidissement fort ⇒ convection "profonde" 1000 - 2000m.

→ formation d'eau profonde homogène, circ. thermohaline

• Mise en équation : Boussinesq non-hydro :

$$\begin{cases} \partial_t \vec{u} + \nabla\cdot(\vec{u}\otimes\vec{u}) = -\frac{1}{\rho_0}\nabla P + b\,\vec{e_z} + \cancel{\nu\Delta\vec{u}} \;\; (-f\times\vec{u}) \\ \partial_t \phi + \nabla\cdot(\vec{u}\,\phi) = (F_\phi) \\ \nabla\cdot\vec{u} = 0 \end{cases}$$

$b = -g\dfrac{\rho-\rho_0}{\rho}$ $\qquad \vec{u} = (u, v, w)$

ϕ : θ (température potentielle dans atmosphère sèche)

$$b = +g\frac{\theta-\theta_0}{\theta_0}$$

Océan : $\phi = \theta, S$

température conservative. $\qquad b = -g\alpha(\theta - \theta_0) + g\beta(S - S_0)$

• Pour simplifier (condition adiabatiques)

$$\partial_t b + \nabla\cdot(\vec{u}\,b) = 0.$$

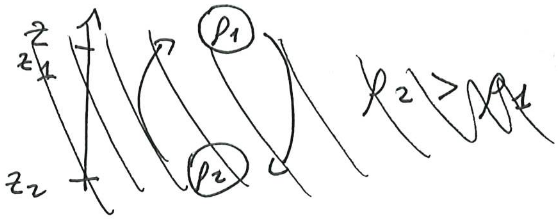
• Déclencheur des ~~tax~~ mouvements convectifs : le flux de flotabilité à la surface :

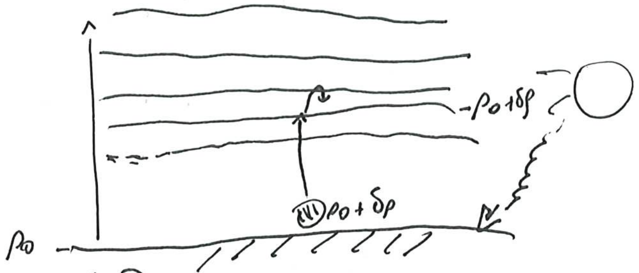
Atmo : $B_0 = \dfrac{g}{\theta_0}\overline{w'\theta'} = \dfrac{g}{\theta_0}\dfrac{Q}{\rho_0 C_p}$

Ocean : $B_0 = \dfrac{g}{\rho_0}\left(\dfrac{\alpha}{C_p}Q\right) + g\beta S\,(E_{vap} - P_{recip} + B_{rine})$

Convective instability: basic mechanism:

$$\theta_* = \frac{\overline{w'\theta'_0}}{w_*}$$





Conversion of potential energy $\Delta P = \rho_1 \Delta z - \rho_2 \Delta z$

$$= \Delta\rho \, \Delta z.$$

into kinetic energy: $K = 2 \times 3 \times \frac{1}{2} \bar{\rho} w^2$

- Linéarisation:

$u = 0 + u' + \dots$

$b = b_0(z) + b' + \dots$

$$N_0^2 = \frac{d}{dz} b_0(z)$$

$$\begin{cases} \partial_t \vec{u}'_H = -\frac{1}{\rho_0} \nabla_h p' \\ \partial_t w' = -\frac{1}{\rho_0} \partial_z p' + b' \\ \nabla \cdot \vec{u}' = 0 \\ \partial_t b' + w' N_0^2 = 0 \end{cases}$$

Solutions en $e^{-i(\omega t - kx - ly - mz)}$

$$\Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{(k^2 + l^2)}{k^2 + l^2 + m^2} N_0^2$$

$N_0^2 < 0 \Rightarrow$ modes exponentiellement instables $\Longrightarrow$ convection.

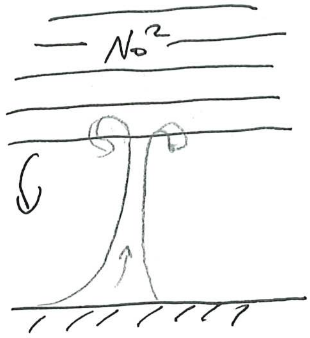
Modèle (1D) d'une colonne de fluide:

- $\overline{X}(z,t) = \frac{1}{L_x L_y} \iint_{L_x L_y} X(x,y,z,t) \, dx\, dy$.

fluctuations $X' = X - \overline{X}$

2. On néglige les termes de bord des intégrales (ie conditions limites périodiques). Dans un modèle 3D, les termes de bord seraient réinterprétés en advection horizontale.
3. ~~$\overline{w}(z=z_0)$~~ fond plat: $\overline{w}(z=z_0) = 0 \Rightarrow \partial_z \overline{w} = 0 \ \forall z$ cf $\partial_z \overline{w} = 0$
4. Equilibre hydro moyen: $\frac{1}{\rho_0} \partial_z \overline{P} = \overline{b}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \partial_t \overline{\vec{u}_H} = -\vec{f} \times \overline{\vec{u}_H} - \partial_z \overline{w' \vec{u}_h'} \\ \partial_t \overline{b} = - \partial_z \overline{w'b'} \end{cases}$$

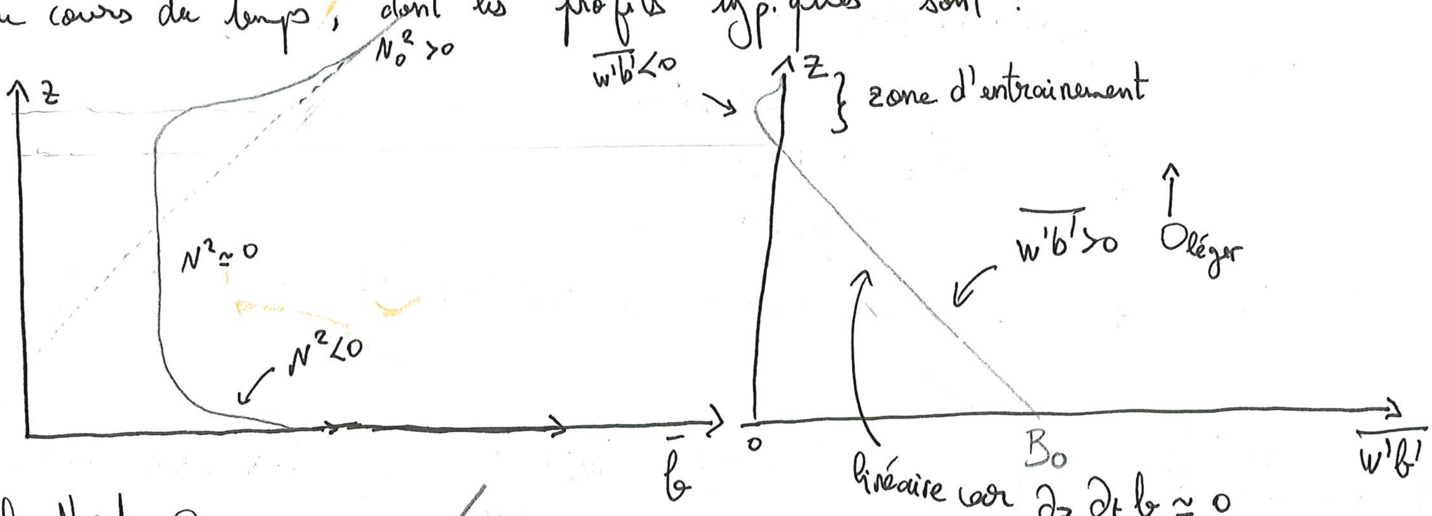


- Modèles d'ordre 0 :

[rq : dans toute la suite, on se place dans l'atmosphère]

Situation physique : flux de flotabilité ~~B_0~~ B_0 en surface, dans un fluide initialement au repos ($\overline{u}(t=0)=0$) et linéairement stratifié ($N_0^2 = cst > 0$)

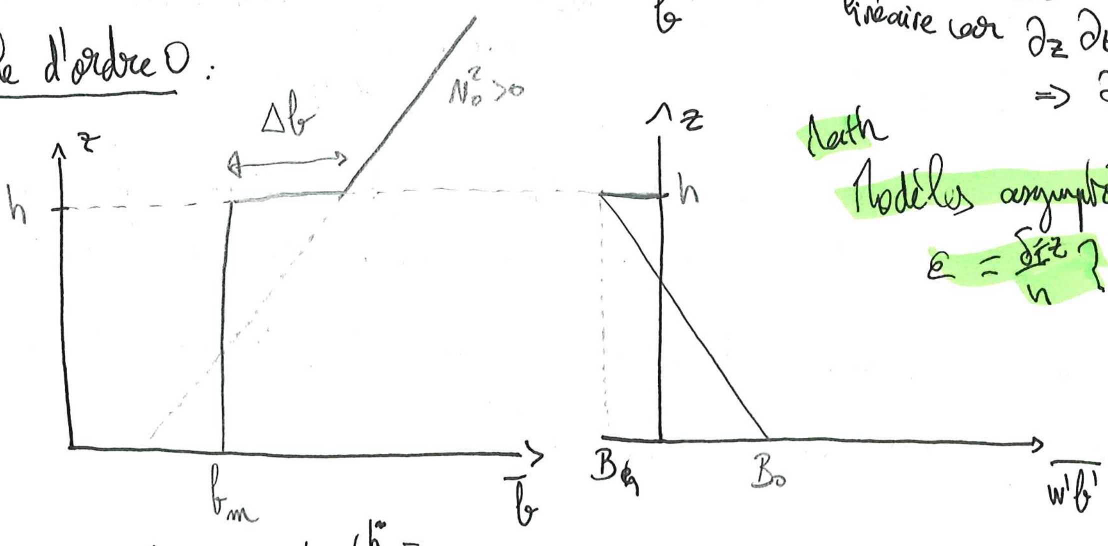
→ ~~[illegible]~~ le flux de flotabilité génère une instabilité, qui crée des mouvements convectifs. Les principales structures cohérentes de l'écoulement (appelées "panaches") sont constituées de parcelles légères ~~qui~~ et ascendantes, qui tendent à résorber l'instabilité. En moyenne, les panaches ~~[illegible]~~ contribuent à mélanger le fluide, et une couche de mélange se développe au cours du temps, dont les profils typiques sont :



linéaire car $\partial_z \partial_t \overline{b} \simeq 0$

$\Rightarrow \partial_{zz} \overline{w'b'} \simeq 0$

Modèle d'ordre 0 :



Note

Modèles asymptotiques en $\varepsilon = \frac{\delta z}{h}$?

$$b_m = \frac{1}{h} \int_0^h \overline{b} \, dz$$

En intégrant l'éq de conservation de la flottabilité entre 0 et h^-, on trouve :

$$\int_0^{h^-} \partial_t \bar{b}\, dz = \int_0^{h^-} -\partial_z \overline{w'b'}$$

$$\Rightarrow -\left[\overline{w'b'}|_{h^-} - \overline{w'b'}|_0\right] = \partial_t\left(\int_0^{h^-} \partial_t \bar{b}\, dz\right) - \bar{b}(h^-)\,\partial_t h$$

$$= \partial_t(h \times b_m) - \bar{b}(h^-)\,\partial_t h$$

• En supposant une couche d'entraînement d'épaisseur nulle, on a $\bar{b}(h^-) \simeq b_m$ et

$$\boxed{\partial_t b_m = \frac{B_0 - B_h}{h}}$$

En intégrant l'équation de flottabilité entre h^- et h^+, ~~on trouve~~ et en supposant $\overline{w'b'}_{h^+} = 0$, on trouve :

$$\boxed{\overline{w'b'}|_{h^-} = -\underbrace{\left(b(h^+) - b(h^-)\right)}_{\Delta b}\,\partial_t h} \quad (1)$$

→ un flux d'entraînement dû à la pénétration de panaches dans la zone stratifiée ($\overline{w'b'} < 0$) donne lieu à un approfondissement de couche de mélange ($\partial_t h > 0$).

Dernière équation : règle de la chaîne en h^+ :

$$\partial_t \bar{b}(h^+) = \partial_z \bar{b}|_{h^+}\,\partial_t h^+ = N_0^2\,\partial_t h$$

$$\Rightarrow \partial_t \Delta b = N_0^2\,\partial_t h - \partial_t \underbrace{b(h^-)}_{b_m}$$

$$= N_0^2\,\partial_t h - \frac{B_0 - B_h}{h}$$

$$\Rightarrow \boxed{\partial_t\left(N_0^2 \frac{h^2}{2} - \Delta b\, h\right) = B_0} \quad (2)$$

s'obtient aussi en intégrant entre 0 et h^+.

<u>Fermer le système?</u>

Equation ~~cinét.~~ d'énergie cinétique turbulente : $k = \frac{1}{2}\overline{\vec{u}'\cdot\vec{u}'}$

$$\partial_t k + \overbrace{\partial_z\left(\frac{1}{\rho_0}\overline{w'p'} + \overline{w'\tfrac{1}{2}\vec{u}'\cdot\vec{u}'} - \nu\,\partial_z k\right)}^{T}$$

$$= \underbrace{-\overline{w'\vec{u}'}\cdot\partial_z\overline{\vec{u}}}_{S_h} + \underbrace{\overline{w'b'}}_{B} \underbrace{-\nu\,\overline{\partial_z\vec{u}'\cdot\partial_z\vec{u}'}}_{-\varepsilon}$$

~~Régime stationnaire + flux d'énergie~~

~~Moyenne sur~~ Intégrale entre 0 et ~~...~~ h :

$$\underbrace{\langle\partial_t k\rangle_z} + \underbrace{\langle T\rangle_z} = \underbrace{\langle S_h\rangle_z}_{\sim 0} + \langle B\rangle_z - \langle\varepsilon\rangle_z .$$

négligeable en régime quasi-stationnaire (atteint quand $\frac{z_{enc}}{L_0} \simeq 10\text{-}15$)

flux de surface nul, et loin dans la zone stratifiée → flux dû aux ondes internes ~~...~~ négligeable

~ 0 en free convection

- Equilibre production dissipation : $\langle B\rangle_z \simeq \langle\varepsilon\rangle_z$.
- Modèle d'ordre 0 : $B := \overline{w'b'} = B_0\left(1-\frac{z}{h}\right) - B_h\left(\frac{z}{h}\right)$

$$\Rightarrow \langle B\rangle_z = \int_0^h \left[B_0\left(1-\frac{z}{h}\right) + B_h\left(\frac{z}{h}\right)\right]\frac{dz}{h} = \frac{B_0}{h}\left[z-\frac{z^2}{2h}\right]_0^h + \frac{B_h}{h}\left[\frac{z^2}{2h}\right]_0^h$$

$$= \frac{B_0}{h}\left[h-\frac{1}{2}h\right] + B_h\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(B_0 + B_h\right)$$

Assume that the adimensioned dissipation is constant, ie $\frac{\langle\varepsilon\rangle_z}{B_0} = C_\varepsilon$

$$\Rightarrow \frac{-B_h}{B_0} = 1 - 2C_\varepsilon = C_B$$

En résolvant 1 et 2, on trouve :

$$\begin{cases} h = \sqrt{\frac{B_0}{N_0^2}\, 2\,(1+2C_B)\, t} \\ \Delta b = C_B\, N_0 \sqrt{\frac{2B_0}{1+2C_B}\, t} \end{cases}$$

$$\partial_t b_m = \frac{B_0 - B_n}{h} \Rightarrow b_m(t) = b_m(0) + \sqrt{N_0^2 B_0\, 2\,(1+2C_B)t}$$

◦ Adimensionnement et échelles caractéristiques

→ Echelles typiques des panaches (Deardorff 1970) :

. ~~hauteur~~ $\boxed{h}$

. ~~vitesse $w_* = (B_0 h)^{1/3}$~~

. flottabilité $\boxed{b_* = \frac{B_0}{w_*}}$ w_* = vitesse typique

. vitesse ? : conversion d'énergie potentielle en énergie cinétique :

$$h\, b_* \simeq w_*^2 \Rightarrow \boxed{w_* = (B_0 h)^{1/3}}$$

Dépendent de $h = h(t)$ ...

→ Echelles "externes" :

. paramètres externes : B_0 ($m^2 s^{-3}$), N_0 (s^{-1})

. variables indépendantes : h, t

} 4 paramètres, 2 dimensions ⇒ 2 groupes sans dimension :

$$\frac{h}{L_0}, \quad t N_0$$

$$L_0 = \left(\frac{B_0}{N_0^3}\right)^{1/2} \sim L_{Oz} = \left(\frac{\varepsilon}{N^3}\right)^{1/2}$$

Ozmidov scale : smallest eddy size affected by N^2 in a turbulence characterized by ε.

L_{O_z} = integral lenght scale inside entrainment zone.