

Infrasons, ondes de choc et propagation atmosphérique: problèmes directs et problèmes inverses

F. Coulouvrat

Institut Jean Le Rond d'Alembert

UMR CNRS / Sorbonne Université - Paris

Remerciements

Th. Auger (Airbus - Safran), S. Baskar (UPMC - IIT Bombay), M. Baudoin (UPMC - Univ. Lille), D. Bestard (SU), R. Blumrich (DLR), F. Dagrau (Dassault-Aviation), Th. Farges (CEA), O. Gainville (CEA), L. Gallin (CEA & UPMC - OPERA), D. Heimann (DLR), M. Henneon (ONERA & UPMC - DGA), N. Héron (Dassault-Aviation), A. Lacroix (CEA et SU - ELNO) - A. Loubeau (UPMC - NASA), D. Luquet (UPMC - SAFRAN), R. Marchiano (UPMC), M. Rénier (UPMC - Univ. Bordeaux), J.-L. Thomas (CNRS), A. Zelias (CEA & SU)

Plan

- 
- 1. Introduction et contexte**
 - 2. Sources (infra)sonores**
 - 3. Mécanismes physiques de la propagation atmosphérique**
 - 3.1 Réfraction**
 - 3.2 Absorption**
 - 3.3 Non-linéarités**
 - 3.4 Diffraction**
 - 4. Problèmes directs : quelques approches numériques**
 - 5. Quelques exemples de problèmes inverses ("au fil de l'eau »)**
 - 6. Conclusion**
- 
- 
- 
- 
- 

Quelques événements infrasonores historiques

Météorites de l'Aigle (Orne, France, 26 avril 1803)

Il vit dans le ciel un globe de feu qui parut, par un temps serein, du côté de Mortagne, et sembla tomber vers le nord. Quelques instants après on entendit un grand bruit semblable à celui du tonnerre (...) Ce bruit dura plusieurs minutes. (p.11)

J.B. Biot, Relation d'un voyage fait dans le département de l'Orne pour constater la réalité d'un météorite observé à l'Aigle le 6 floréal an II

1^{ère} attestation de la réalité extra-terrestre des météorite, proposée par Chladni en 1794

Explosion du Krakatoa (Indonésie, 26-27 août 1883)

R.D.M. Verbeek, Krakatau, Batavia, 1885

G.J. Symons, The eruption of Krakatau and subsequent phenomena, London 1888

1^{ers} enregistrements barométriques d'infrasons naturels (jusqu'à 7 tours de la Terre !)

Développement du premier microbaromètre (Royaume-Uni, 1904)

WN Shaw and WH Dines, The study of the minor fluctuations of atmospheric pressure, QJR Meteorol Soc 1904

Grande météorite de Tugunaska (Sibérie, 30 juin 1908)

FJW Whipple The great Siberian meteor and the waves, seismic and aerial, which it produced, QJR Meteorol Soc 1930

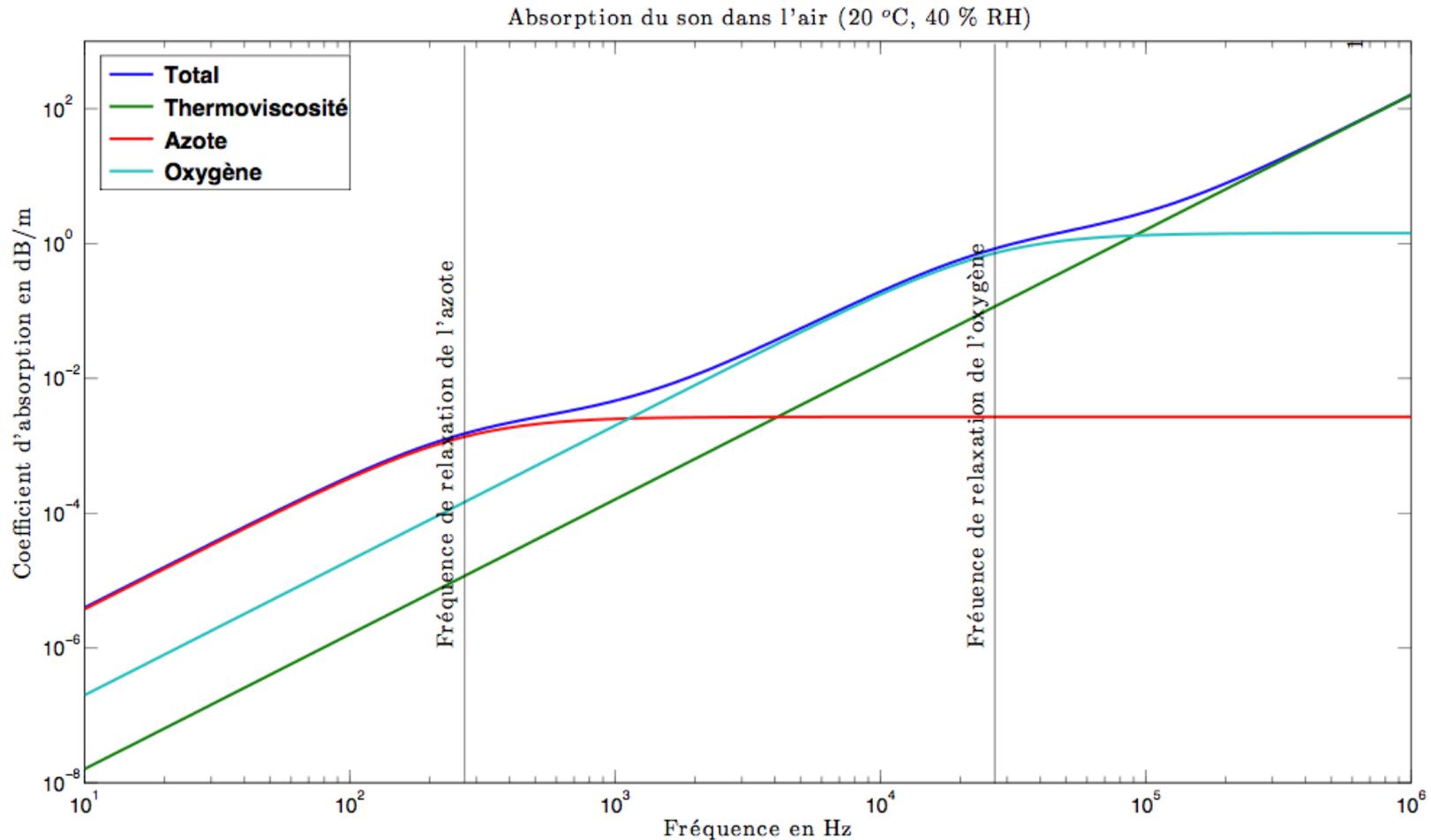
1^{ers} enregistrements infrasonores naturels

Première guerre mondiale (Europe, 1914-1918)

E. Esclangon, L'acoustique des canons et des projectiles, Gauthier-Villars, 1925

1^{ère} théorie des rayons pour la propagation atmosphérique du son

Pourquoi les infrasons ?

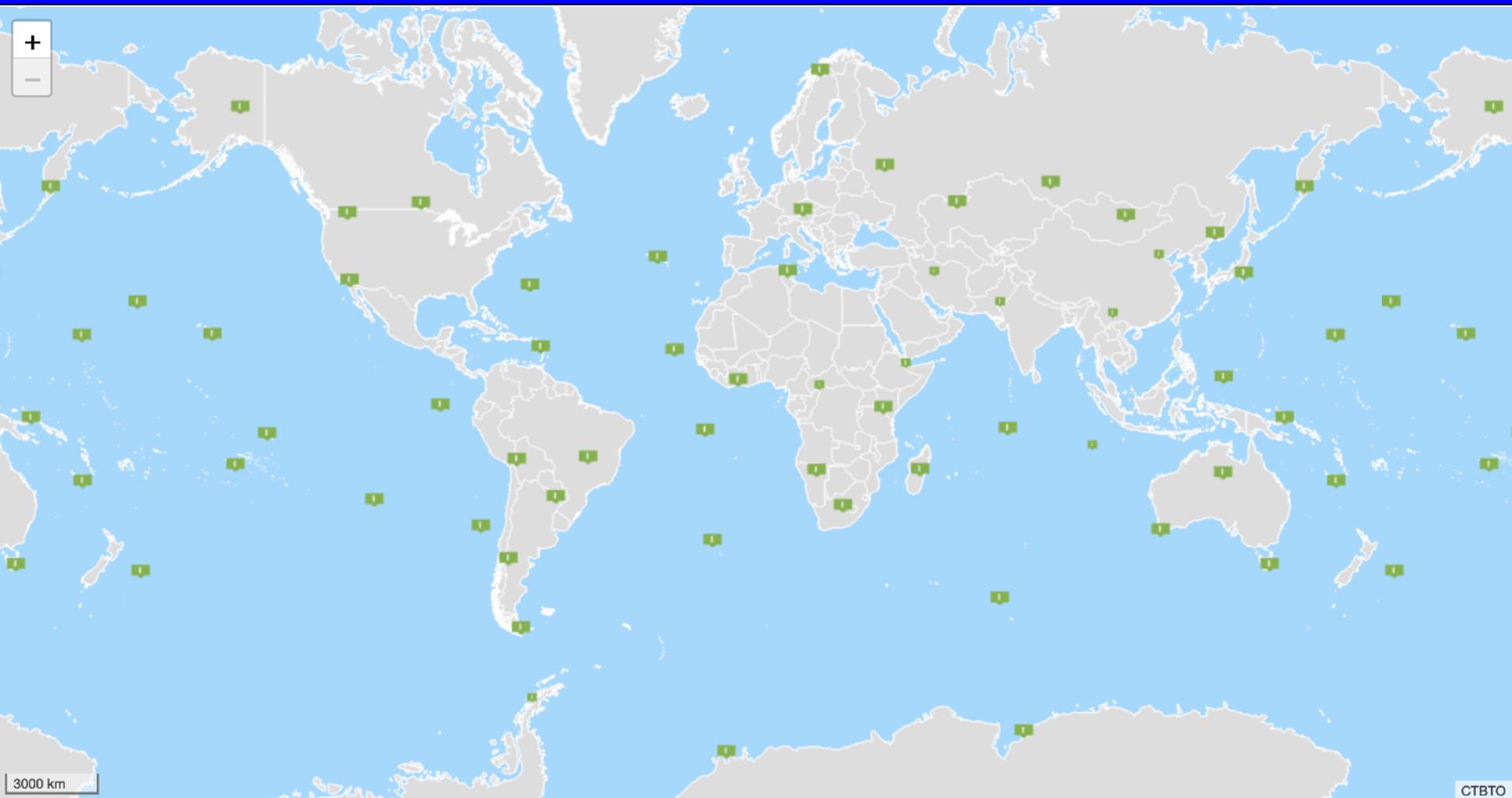


Infrasons < 20 Hz

20 Hz < Sons < 20 kHz

20 kHz < Ultrasons

Le réseau IMS/OTICE (1994-96)



53 certifiées - 1 installée - 1 en construction - 5 prévues
<https://www.ctbto.org/map/#mode=ims&technologies=4>

Pourquoi les infrasons ?



Hunga Tonga-Hunga Ha'apai
15 janvier 2022



Guillaume Séchet
@Meteovilles

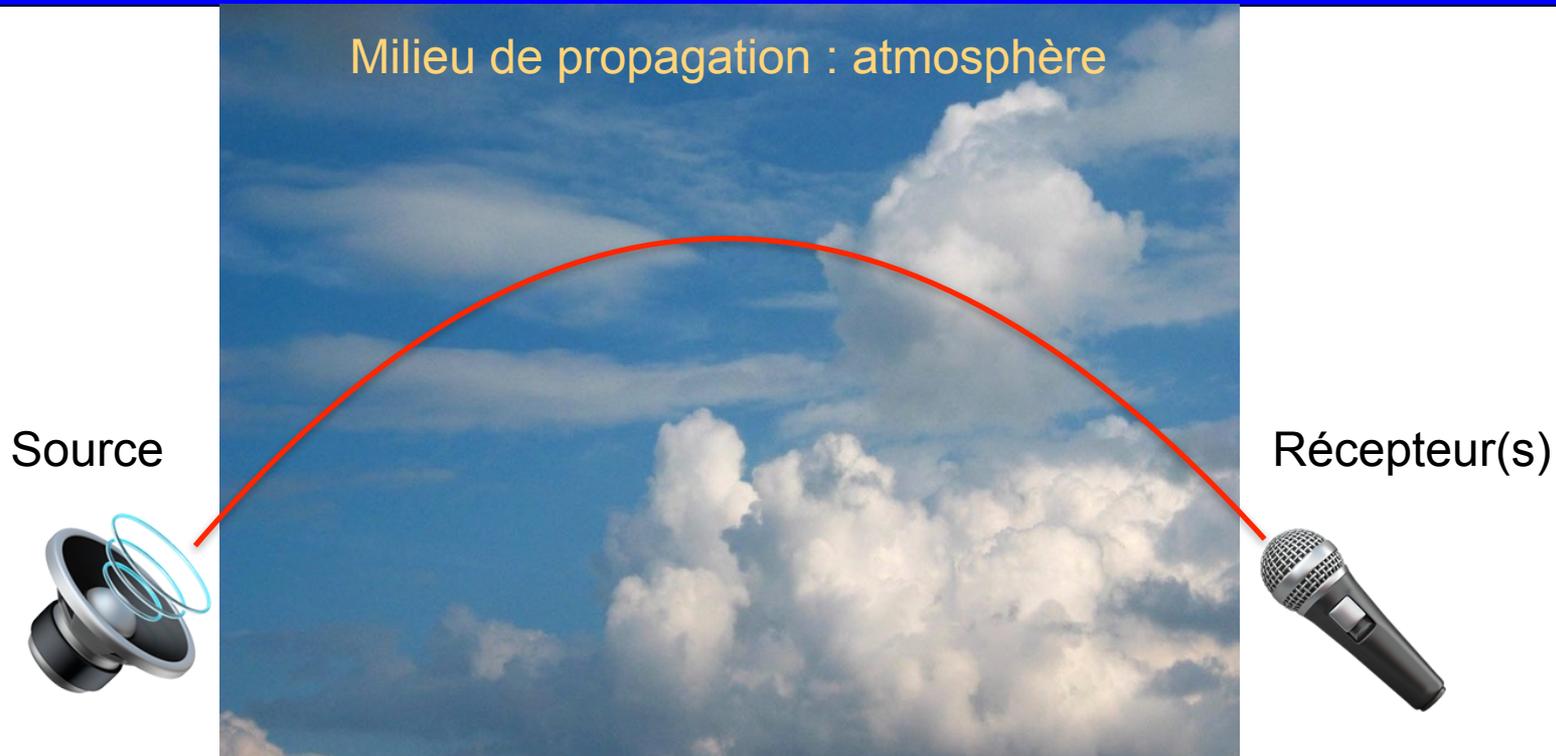
L'onde de choc de l'[#éruption](#) du [#volcan](#) Hunga Tonga-Hunga Ha'apai dans l'archipel de [#Tonga](#) s'est propagé jusqu'à la [#France](#) hier en cours de soirée avec deux variations de pression bien visibles sur notre station de [#Paris](#) Saint-Germain-des-Prés. Un événement peu commun !



8:38 AM · 16 janv. 2022



Le problème physique général



Connue... ou pas !

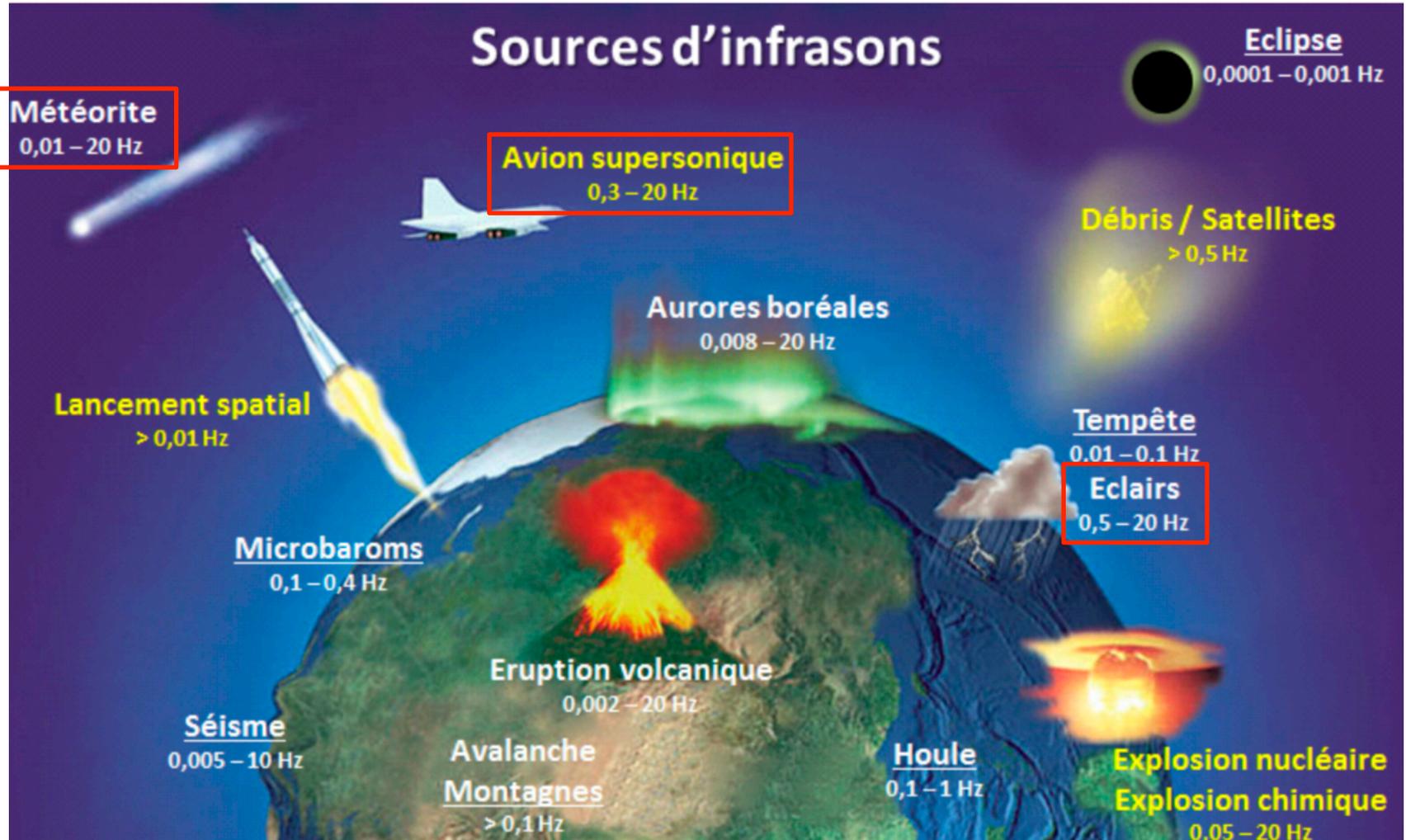
- position
- géométrie
- signal temporel
- spectre
- amplitude

Connue... imparfaitement !

- mesures météo
- simulations météo
- bases de données (assimilation)
- modèles atmosphériques

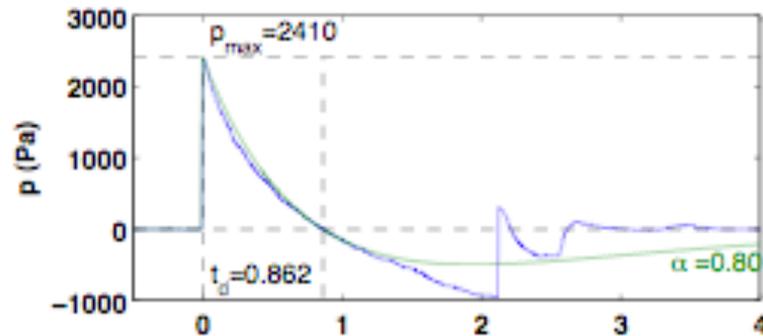
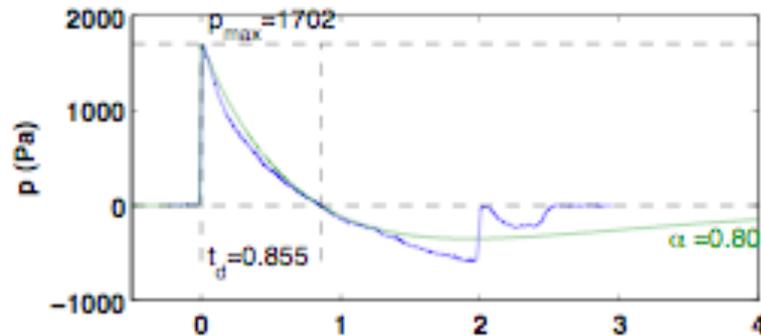
Connu (en général)

Sources infrasonores



Explosions

Explosion calibrée : Misty Picture (White Sand Missile Range - New Mexico - Mai 1987
Gainville et al. 2009)



Enjeux

- Détecter / discriminer autres sources infrasonores
- Localiser
- Caractériser (puissance à la source en eq tonnes TNT)

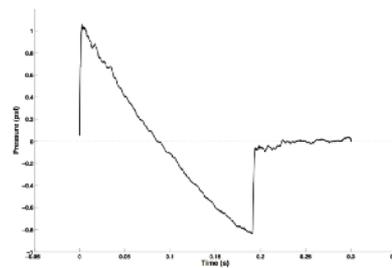
Bang des avions supersoniques

Avions supersoniques

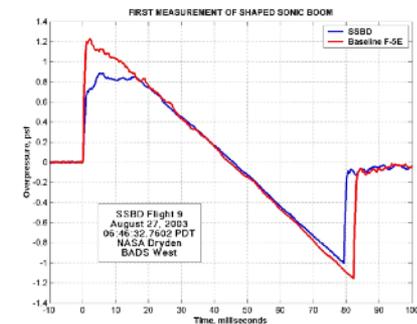
Concorde, 1969 - 2003



SR71 - AFB - 1987



SSBD - 2005



Le cône de Mach

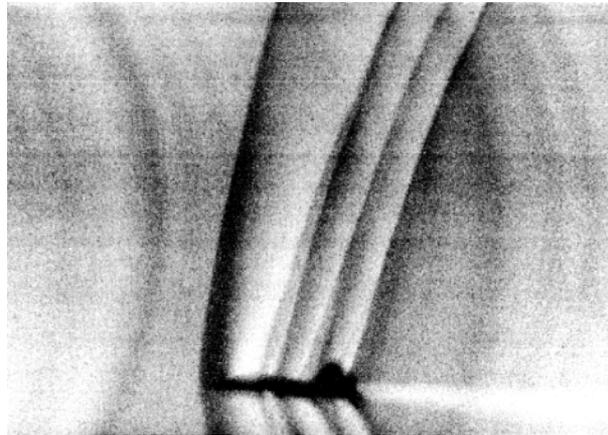
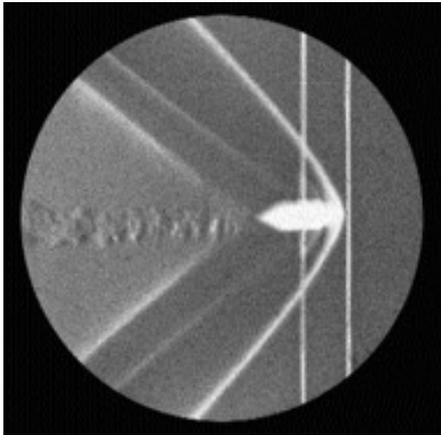
Le cône de Mach



Observations du cône de Mach

Theory : Doppler (1847)

Experimental observation (Schlieren) : Mach 1887

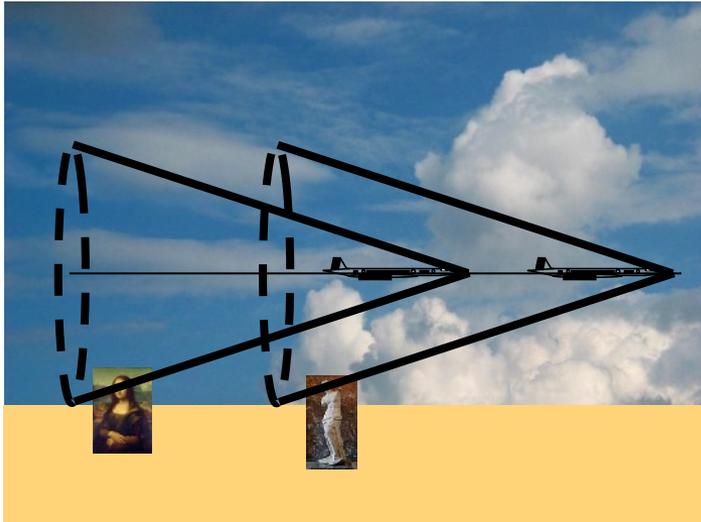


*In flight Schlieren
(NASA - T38 at M 1.1)*

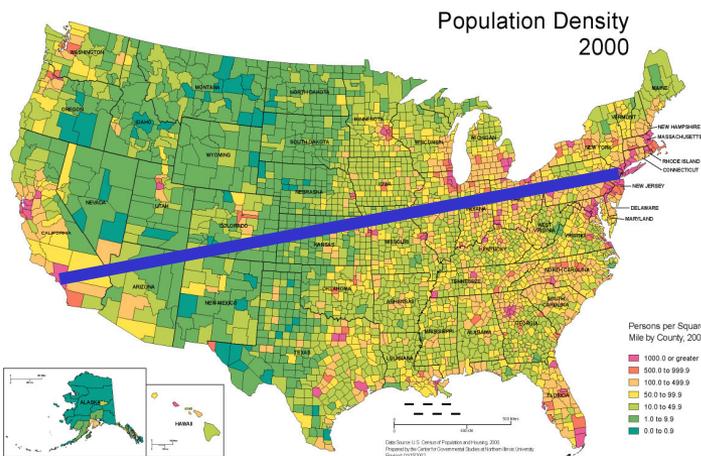


*In flight visualisation
(water condensation)*

Impact au sol du bang sonique



Le bang sonique est émis et entendu tout au long de la phase de vol supersonique



NY/ LA= 3950 km - 2 X 200 km = 3550 km
 $3550 \text{ km} \times 65 \text{ km} \times 30 \text{ hab/km}^2 = \mathbf{6,922,500 \text{ personnes}}$
Combien seraient gênées par un bang ???

Enjeux

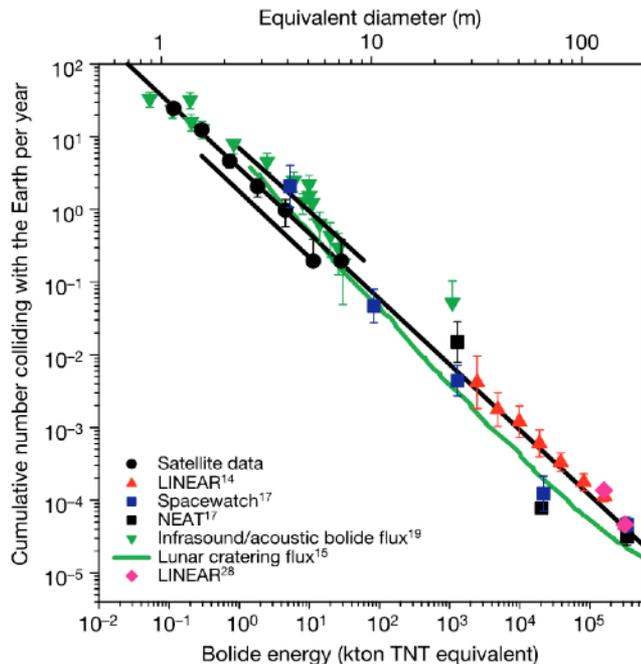
- Prédire le niveau de bruit au sol
- Quantifier sa variabilité
- Optimiser la forme de l'avion
- Définir un niveau « acceptable »

Météoroïdes

Terminologie (UAI)

- Météoroïde : objet d'origine extra-terrestre entrant dans l'atmosphère terrestre
- Météore : phénomène par lequel se manifeste le météoroïde (lumière, son, chaleur...)
- Météorite : débris au sol

Flux terrestre (#/an) de météoroïdes



Brown et al., Nature 2002

Exemples d'infrasons d'origine météoritique

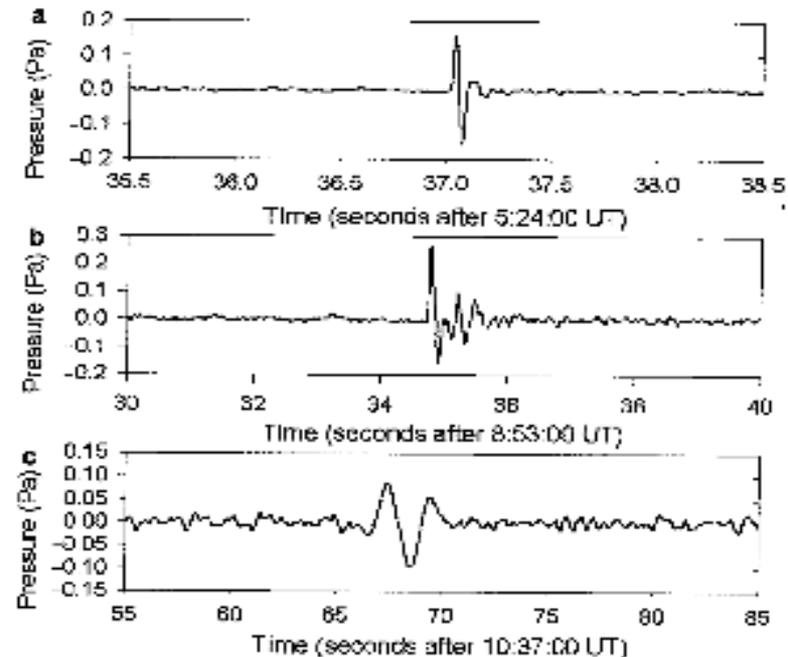
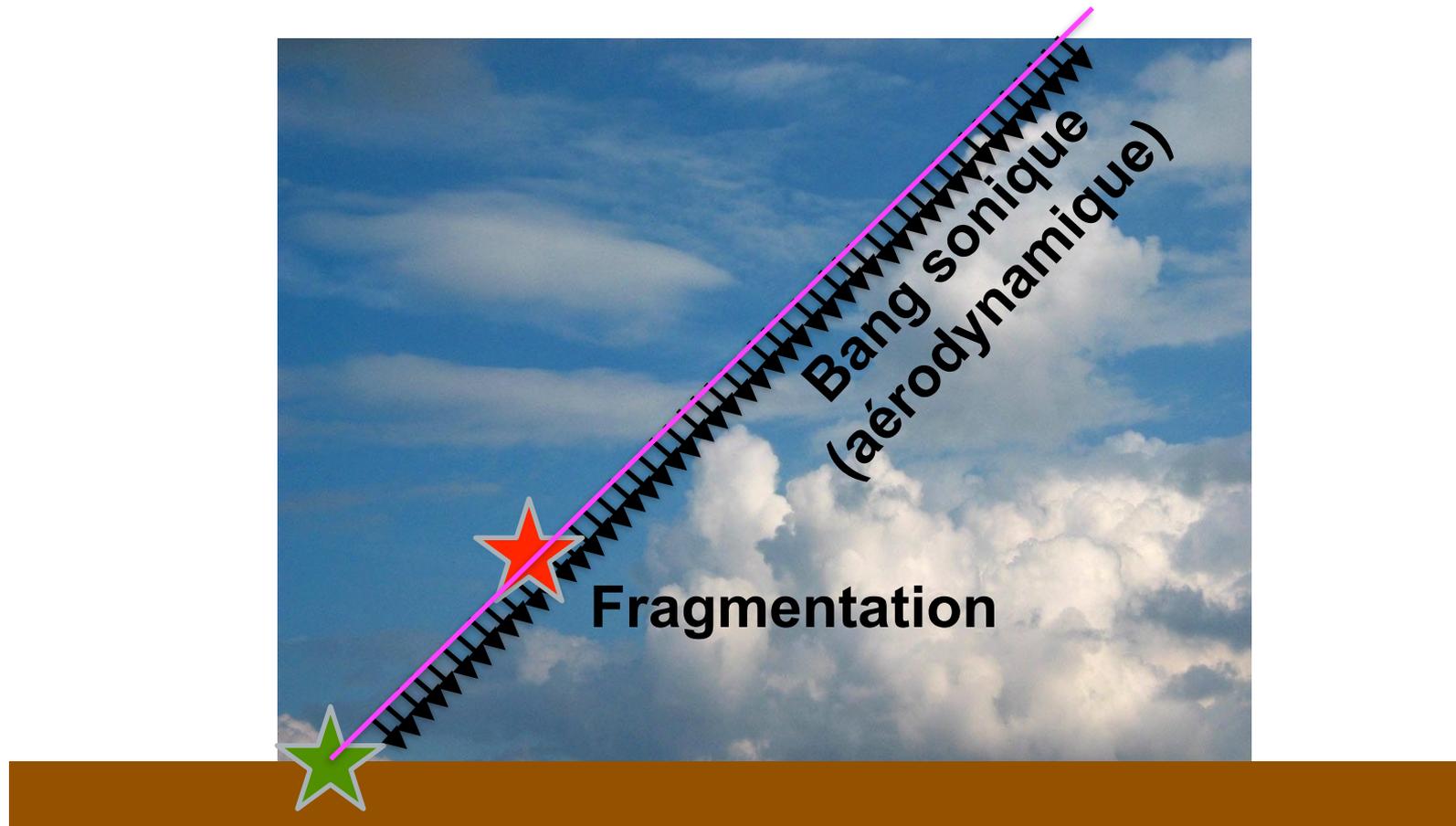


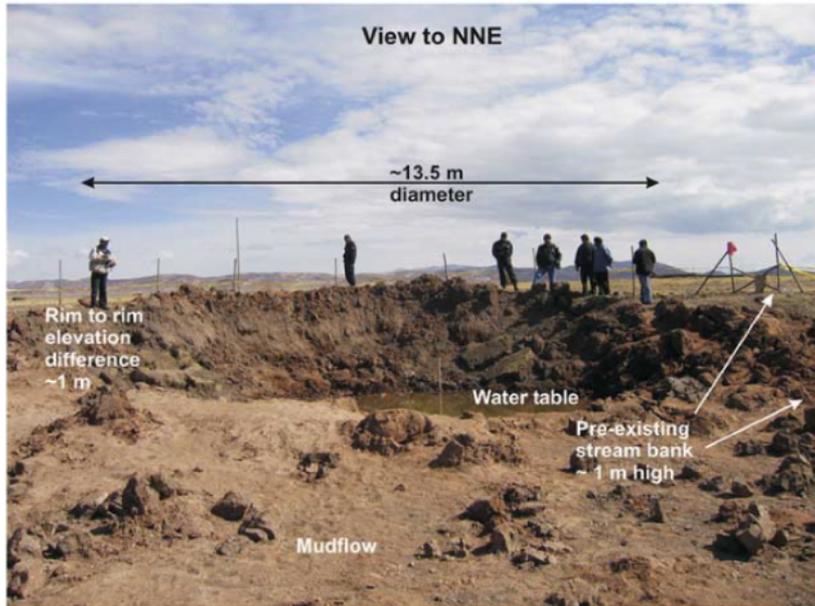
Fig. 12.14 Examples of observations of "classic" *N* wave type ballistic waves associated with meteors. (a) SOMN# 20071004b; velocity = 16.26 km/s, $R_h = 2.4$ m; (b) SOMN# 20060213; velocity = 13.70 km/s, $R_h = 4.5$ m; (c) SOMN# 20071021; velocity = 68.0 m/s, $R_h = 5.7$ m

Météoroïdes : les mécanismes sources d'infrasons



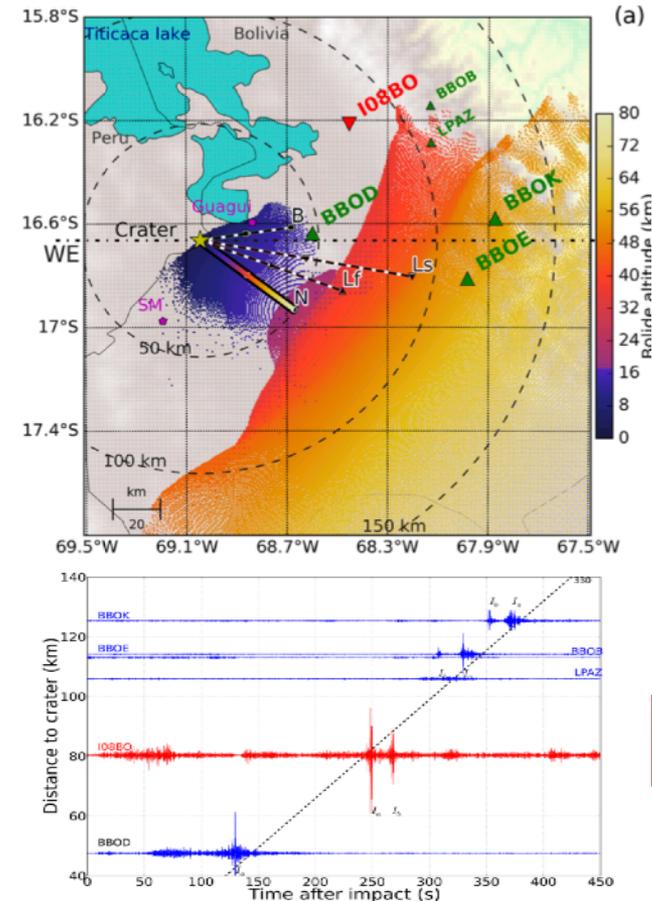
**Impact au sol
(acousto-sismique)**

La météorite de Carancas



Chondrite H45 (3500 kg/m³)
 Carancas (Pérou) - 15/09/2007
 Altitude 3800 m
 Ø 1m50 - Mach 40

(Le Pichon et al. Meteoritical Soc., 2008 - Brown et al. JGR, 2008)



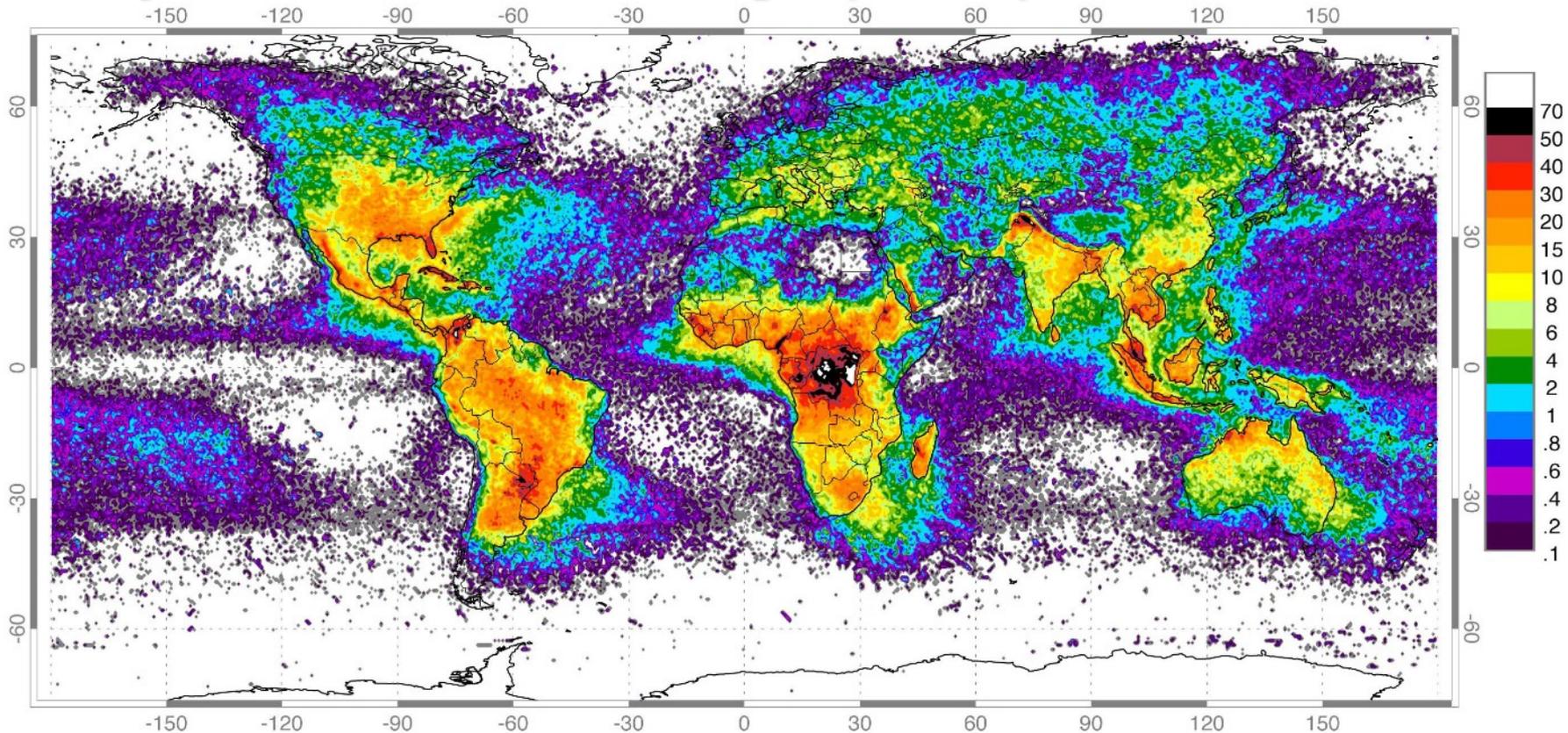
(Gainville et al., GJI, 2017)



Enjeux : identifier mécanisme(s) source, taille, trajectoire...

Orages, éclairs et tonnerre

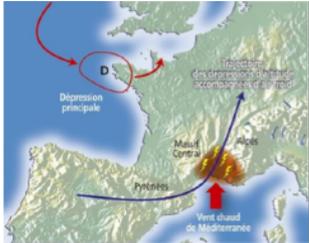
**+ de 2000 orages en permanence sur la Terre
en moyenne 25 éclairs / seconde (jusqu'à 100)**



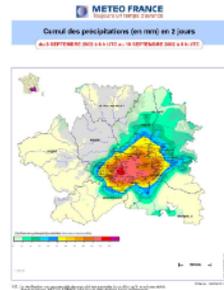
Global lightning activity map by NASA OTD and LIS, Rodger et al., 2006

Eclairs, épisodes méditerranéens et changement climatique

Episodes méditerranéens...



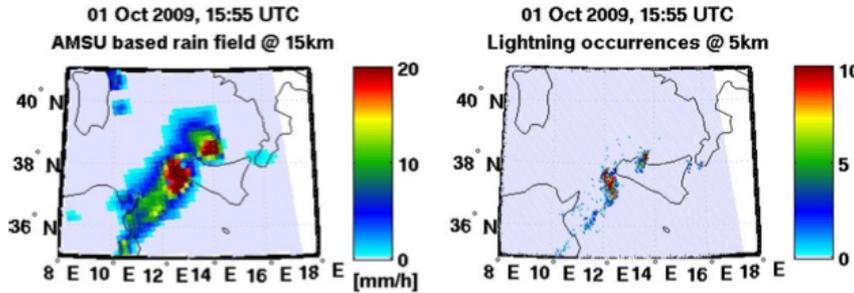
<http://www.risquesmajeurs.fr>



La Provence - sept. 2002

Exemple
 8-9 septembre 2002
 687 mm de pluie à Anduze en 24h
 23 morts
 1,2 Milliards € dégâts

... fortement corrélés à l'activité orageuse

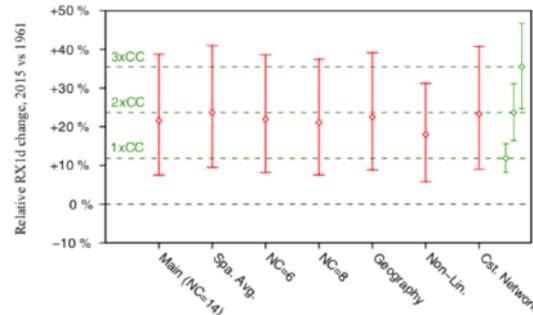
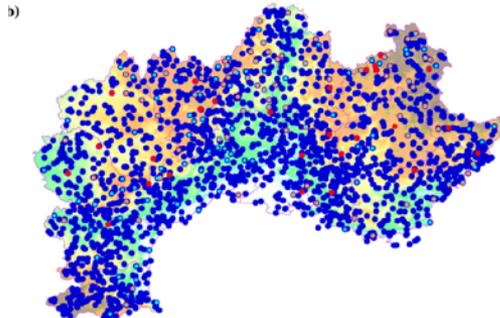


(Dietrich et al., Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 2011)



Activité électrique: variable essentielle (2016)
 du Système Mondial d'Observation du Climat

... et plus fréquents avec le réchauffement climatique



(Ribes et al., Climate Dynamics, 2018)

Increase of annual maximum
 1-day rainfall 2015 vs 1961
+22% (+7 to +39 %)

Orages, éclairs et tonnerre

Les éclairs, source du tonnerre \Leftrightarrow l'acoustique, information sur les éclairs



Echauffement local (~ 30.000 K)

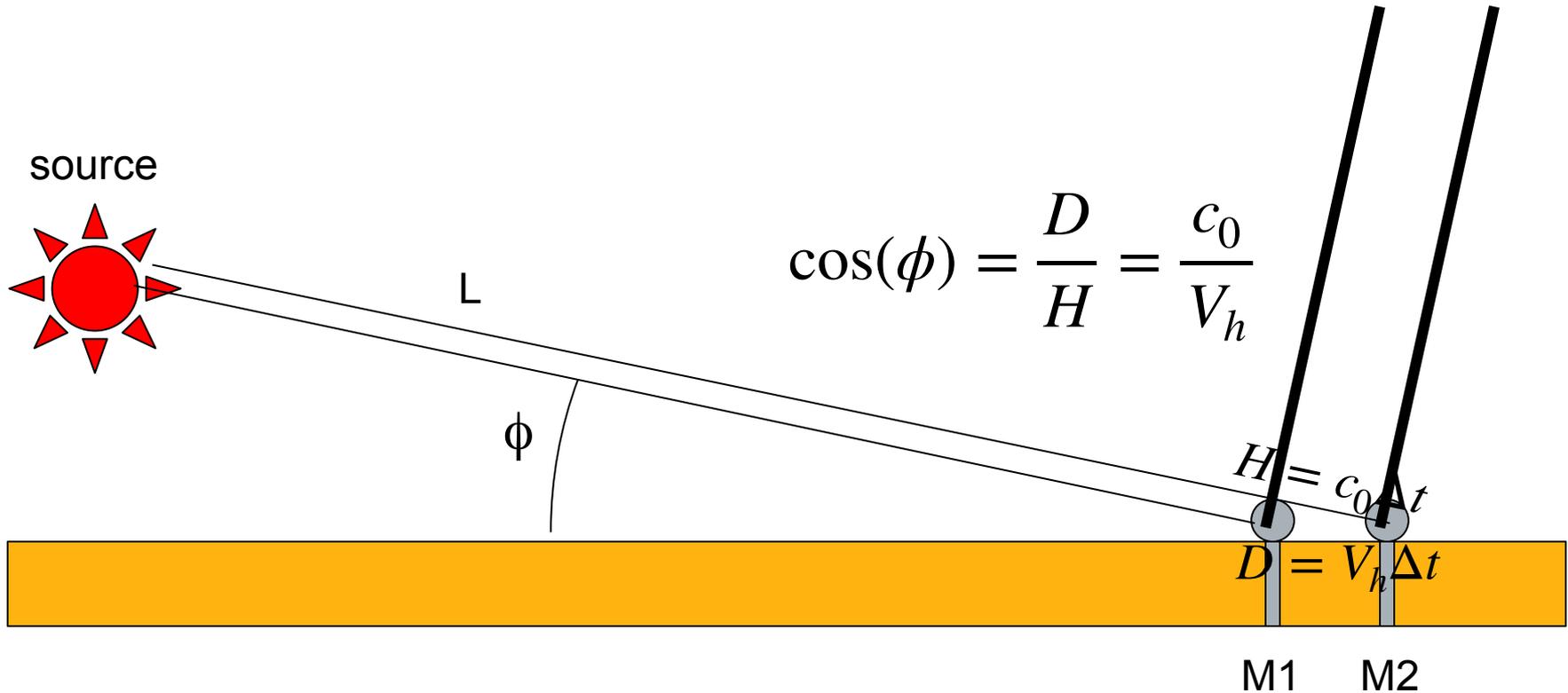
choc fort ($10-100 p_{atm}$) \Leftrightarrow choc faible

Source tortueuse \Leftrightarrow interférences +/-

Réfraction/absorption atmosphérique

Au sol jusqu'à 120 dB

Principe de localisation (2D)



$$L = c_0(t_{ac} - t_{em})$$

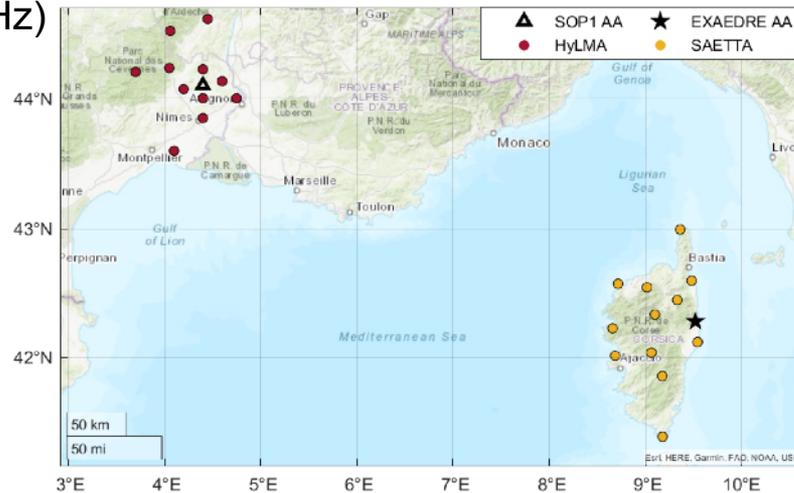
Principe de localisation (3D)

A 3D

- idem avec 3 capteurs on détermine 2 angles : élévation / horizontale, azimut dans le plan horizontal
- en pratique on utilise plutôt 4 capteurs (en triangle - taille adaptée à la fréquence)
- analyse par bande de fréquences et par tranches temporelles
- recherche de corrélation de signaux pour déterminer les décalages de temps d'arrivée entre chaque couple de capteurs
- algorithme dit PMCC (Cansi et al., GRL, 22, 1995)
- une fois connue la direction d'arrivée de l'onde, rétro-propagation (rayons)
- la source peut être déterminée à partir de plusieurs stations, ou d'une seule si l'on connaît le temps d'émission (éclairs)

Les campagnes HyMeX

12 antennes EM (60-66 MHz)
Rison et al, GRL, 1999



HyMeX - SOP1 - 2012 (Cévennes)

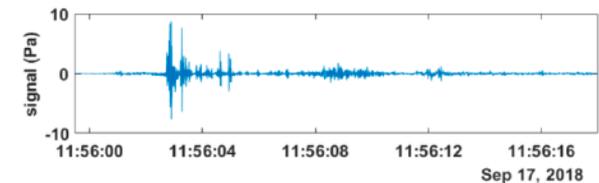
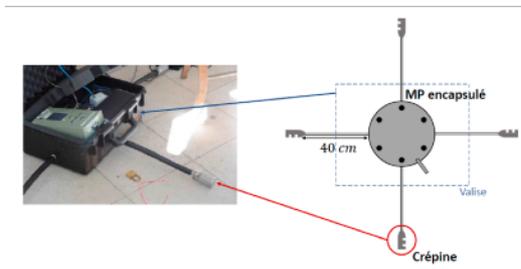
4 μ baros (500m)

4 μ phones (50 m 0.1-180 Hz)

Exaedre - 2018 (Corse)

4 μ phones (30 m 0.1-180 Hz)

+ 9 μ phones isolés



Sources d'ondes de choc

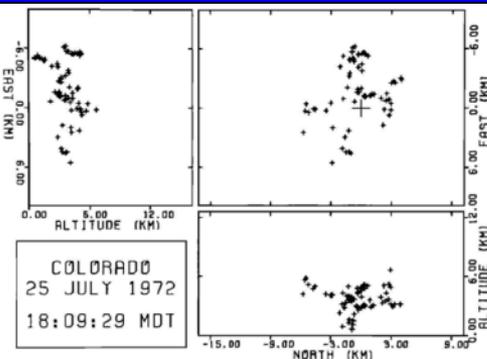
Suivi acoustique d'un orage

Lancer la vidéo « suivi Cellules Orageuses » !

Reconstruction acoustique d'une décharge

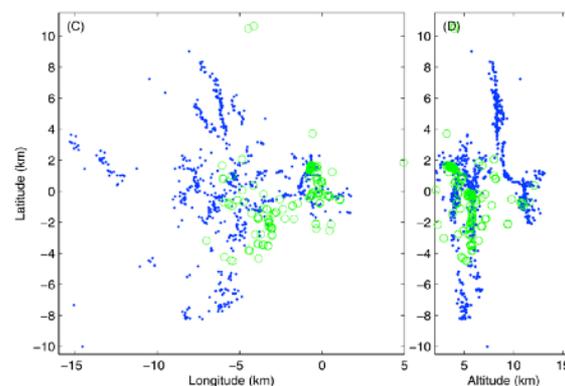
1ère reconstruction acoustique
1ère observation de décharges intra-nuages

McGorman et al., JGR, 86, 1981



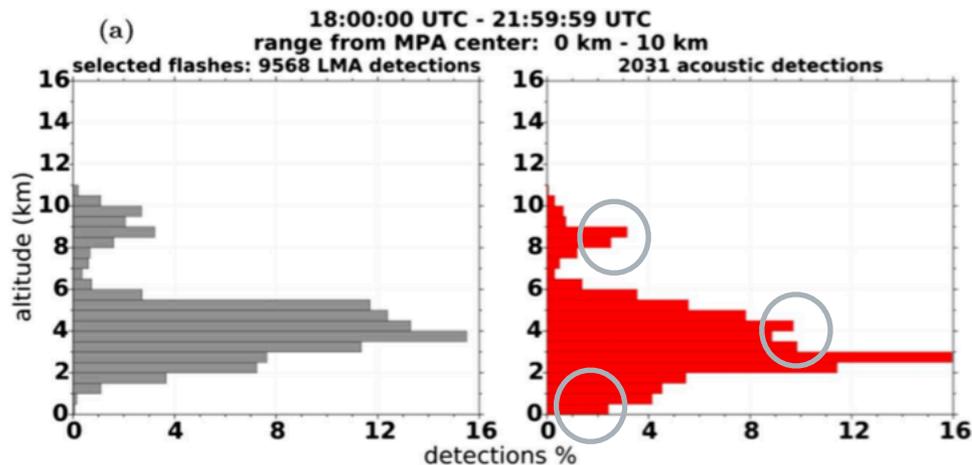
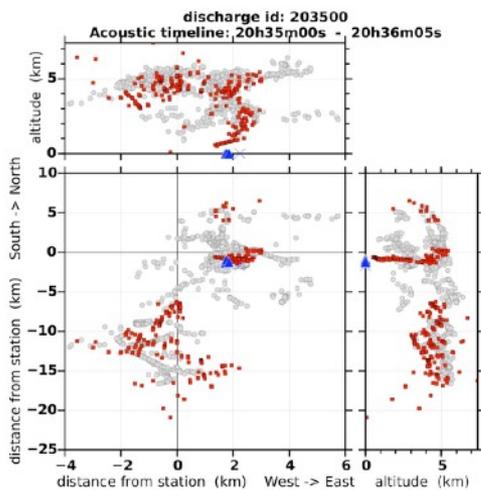
1ère validation par EM
(2 éclairs déclenchés)

Arrechiga et al., JGR 116, 2011

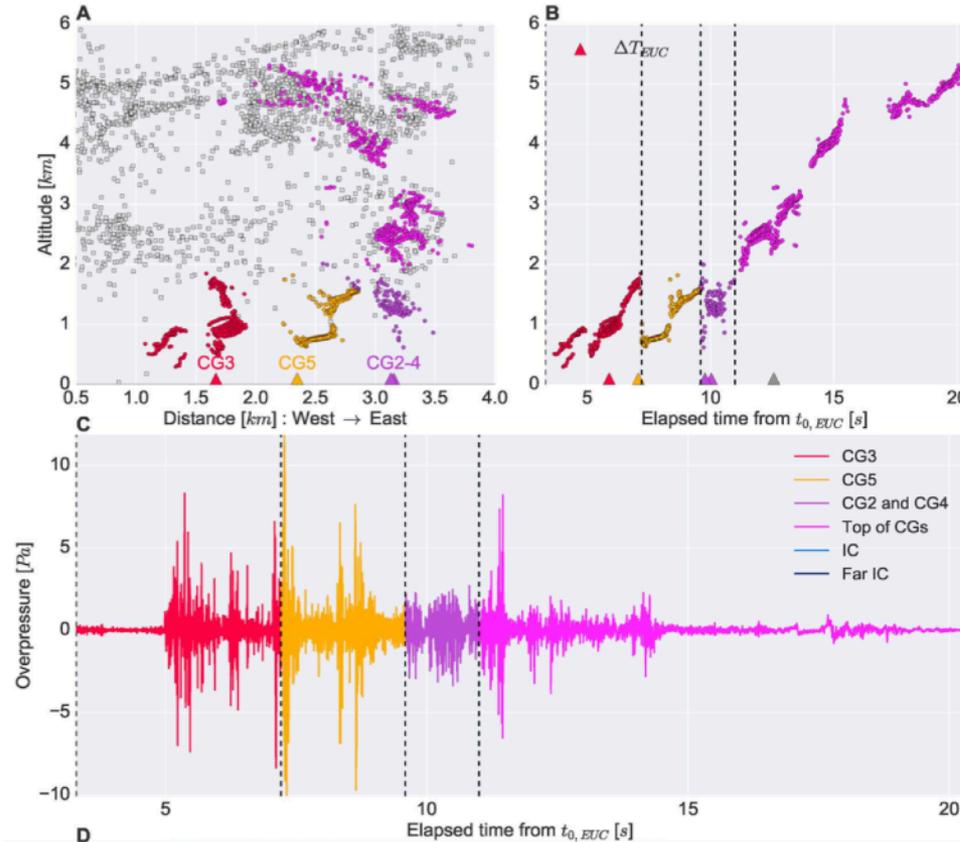


1ère analyse statistique sur 56 éclairs naturels

Gallin et al., JGR 121, 2016



Caractérisation acoustique d'une décharge

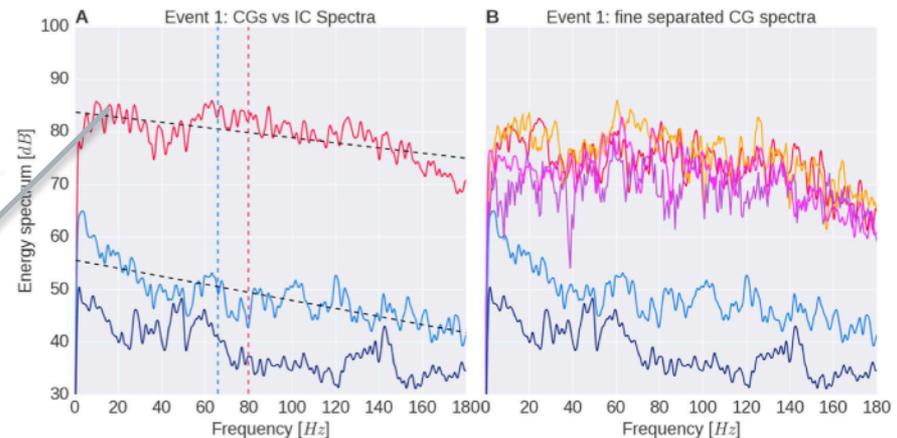


Séparation temporelle des sources

- intra-nuage (IC)
- des différents arcs nuage-sol (CG)

Colocalisation avec Météorage

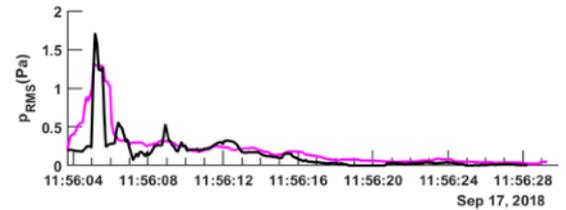
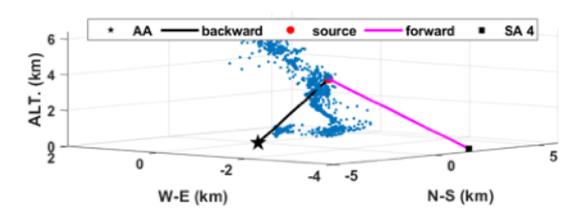
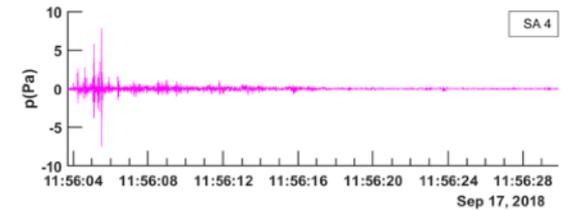
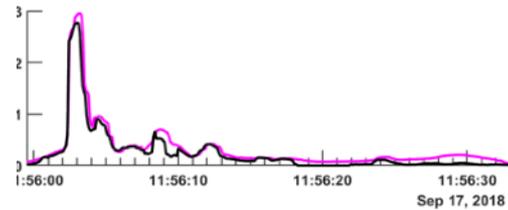
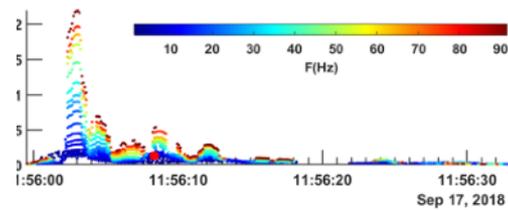
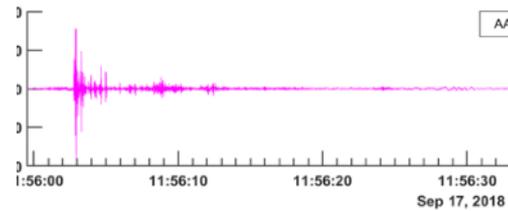
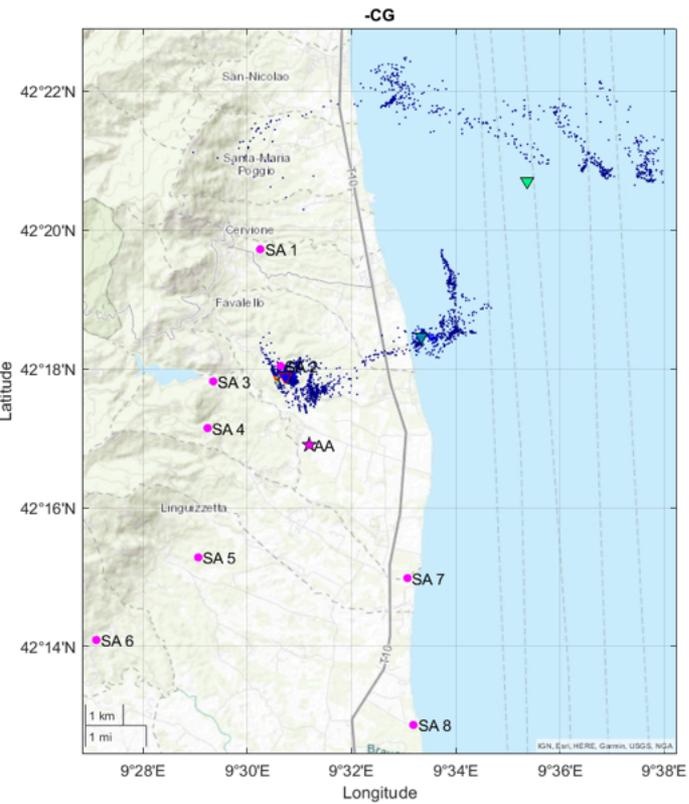
Spectres large bande, CG >> IC



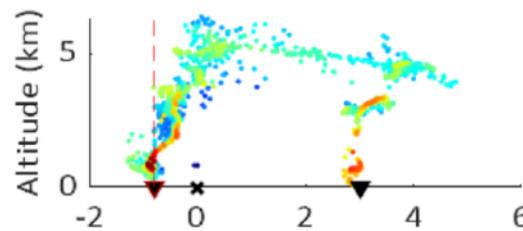
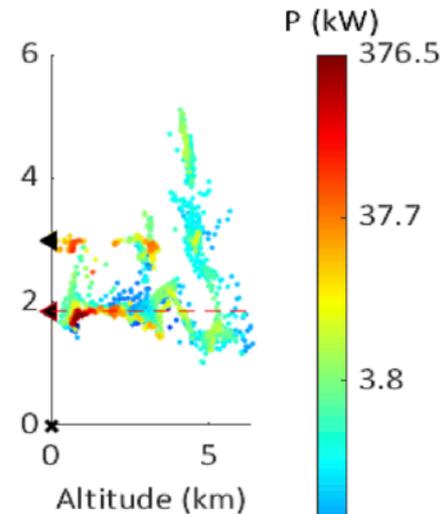
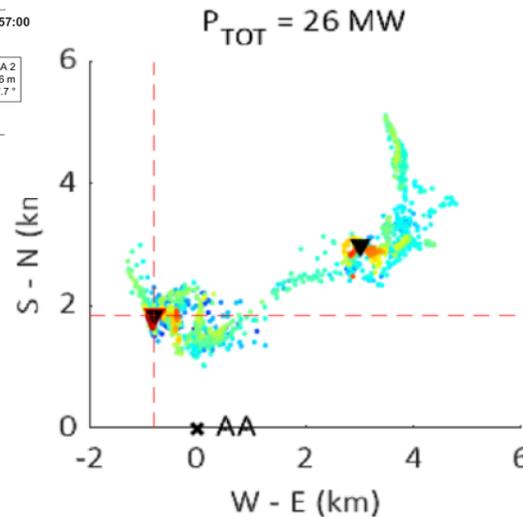
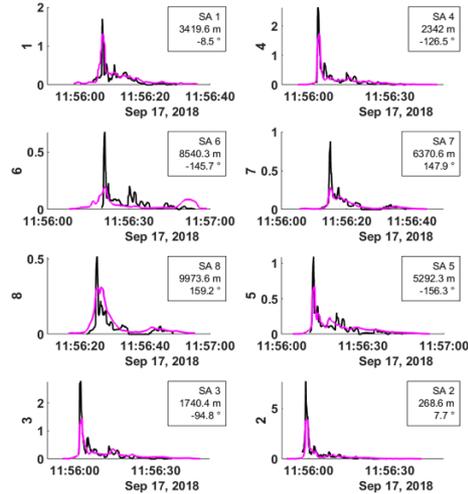
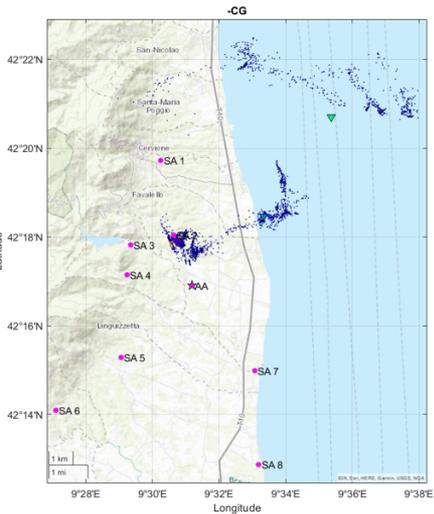
Lacroix et al., JGR, 2018

contenu spectral BF issu essentiellement de l'arc en retour:
pas en accord avec le modèle de Dessler (1973) et Pasko (2009)
à partir de Wilson (1921, Nobel prize, rééquilibrage des pressions
entre particules non chargées et chargées)

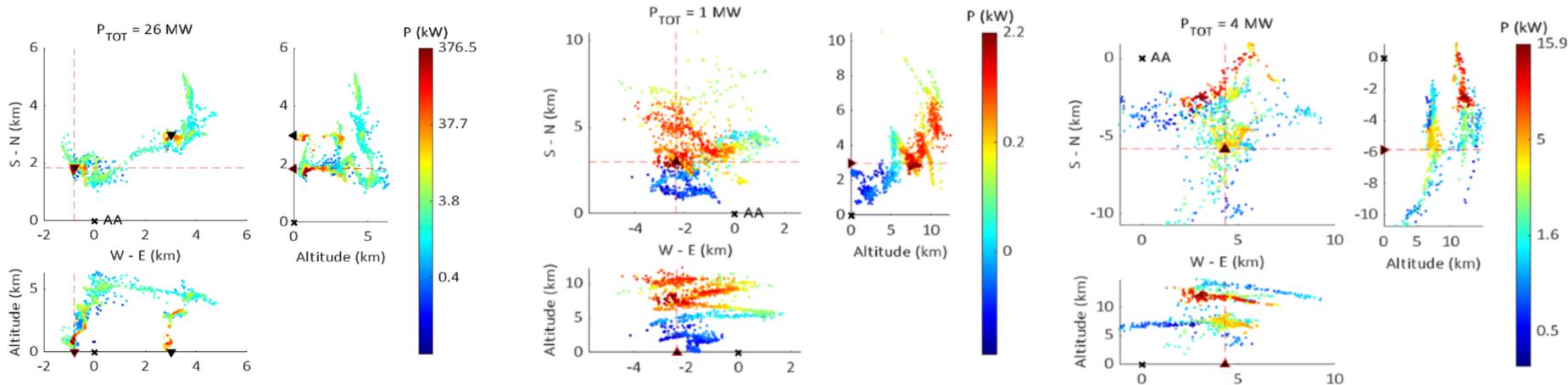
Rétro-propagation



Reconstruction en puissance



Reconstruction en puissance



CG-
distribution très hétérogène
(50 % de la puissance vient d'une petite
partie d'un arc en retour)

CG+
atypique
(peu énergétique, vient essentiellement
des couches supérieures du nuage)

IC
énergétique

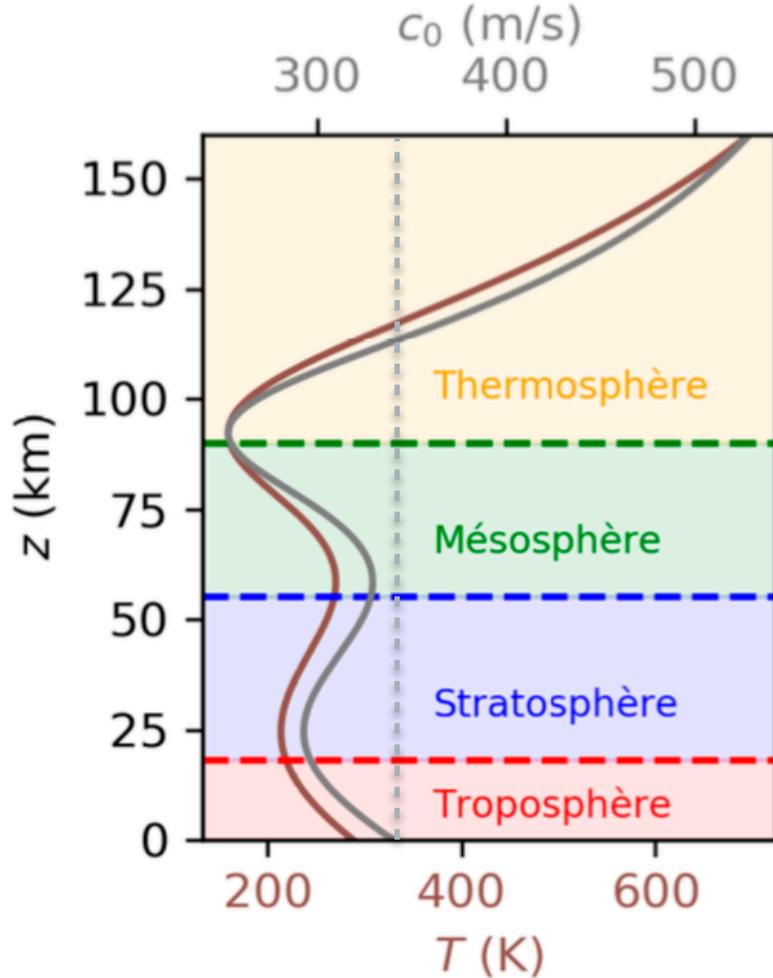
Grande variabilité:
plusieurs ordres de grandeur sur la puissance totale
distribution hétérogène fréquente
cas atypiques (CG+ exaédre)
Explications ???

Mécanismes de propagation

- 1. Réfraction et influence du vent**
2. Absorption
3. Non-linéarités
4. Diffraction

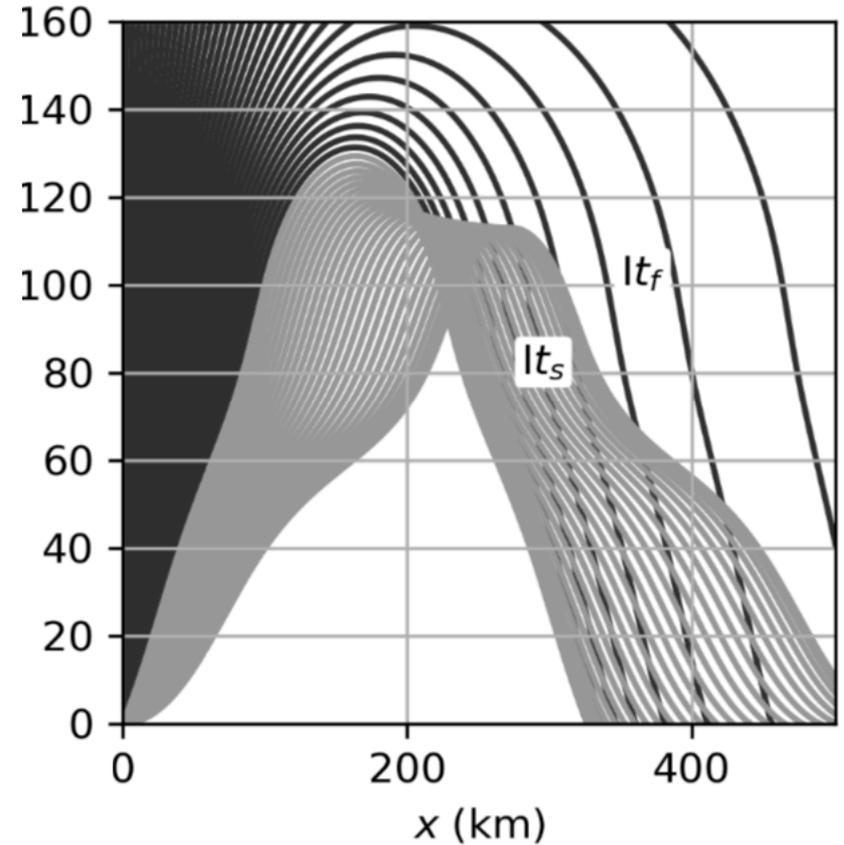
Réfraction acoustique

loi de Snell-Descartes $\frac{\sin \theta}{c_0} = Cte$



(a)

1 guide d'onde thermosphérique



(b)

Equations des ondes

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla \cdot (\nabla p) = 0$$

solution onde plane

milieu homogène

$$p = f(\vec{x} \cdot \vec{n} - c_0 t)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \rho_0(\vec{x}) c_0^2(\vec{x}) \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho_0(\vec{x})} \right) = 0$$

milieu hétérogène (sans gravité)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_0 \cdot \nabla \right)^2 p - c_0^2 \nabla \cdot (\nabla p) = 0$$

solution onde plane

milieu homogène avec écoulement uniforme

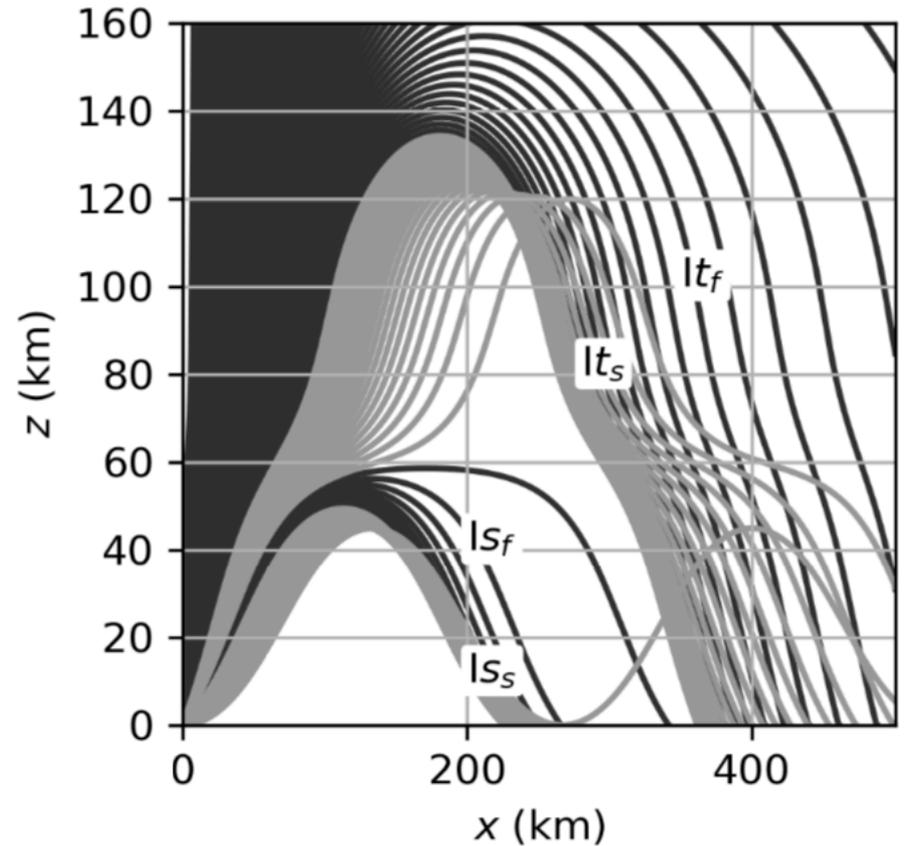
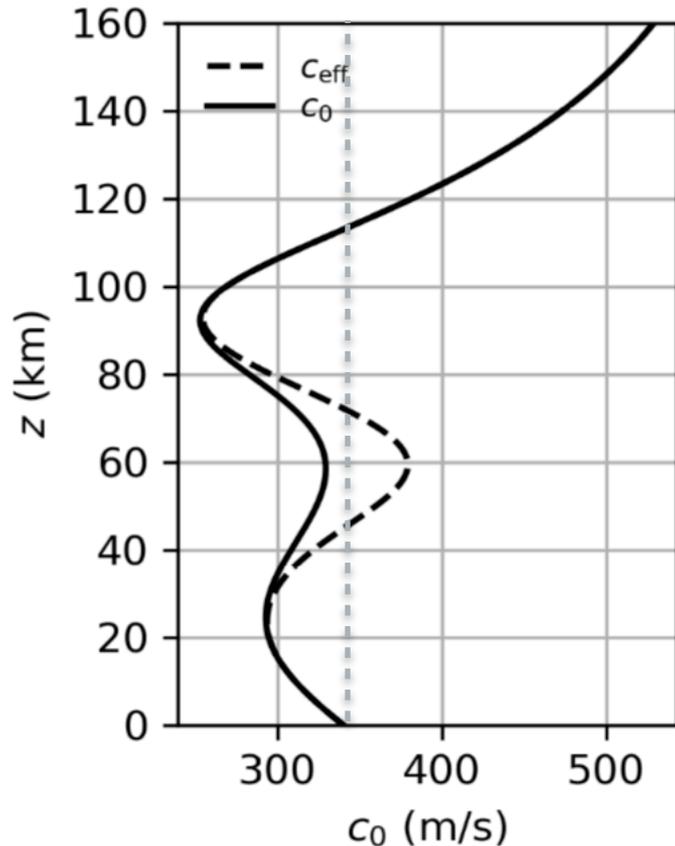
$$p = f\left(\vec{x} \cdot \vec{n} - (c_0 + \vec{V}_0 \cdot \vec{n})t\right)$$

convection du son par le vent

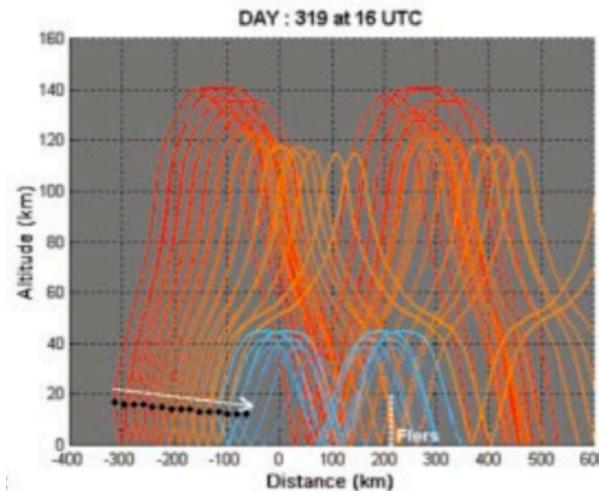
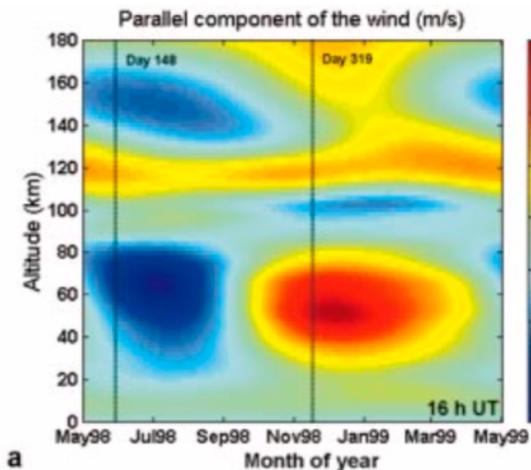
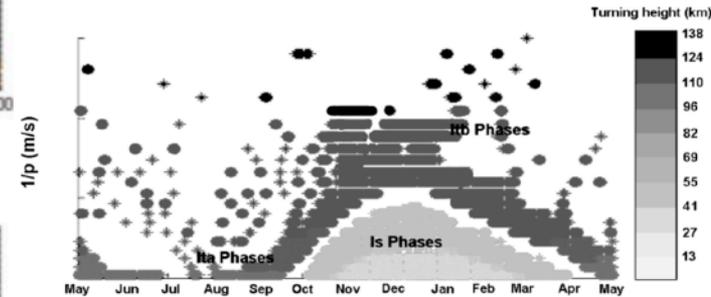
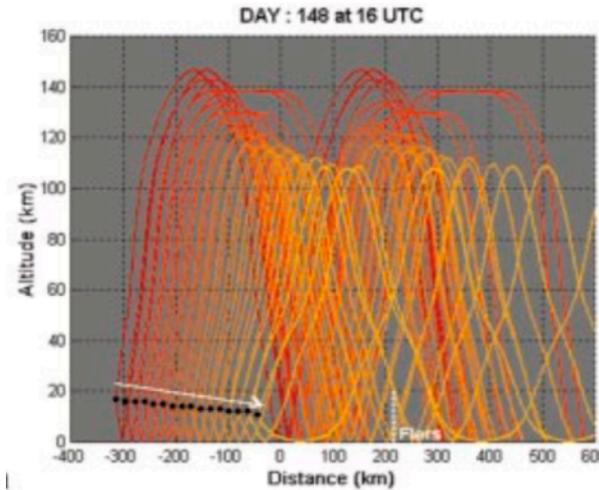
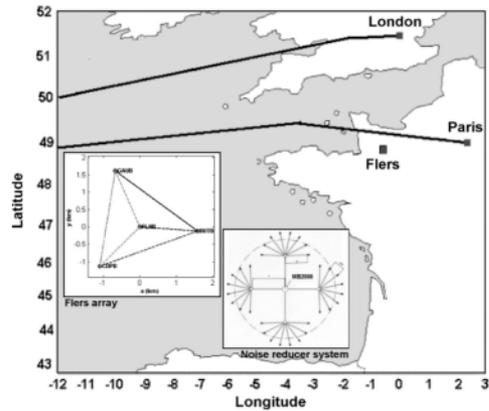
Influence du vent

loi de Snell-Descartes
$$\frac{\sin \theta}{c_0 + \vec{V}_0 \cdot \vec{n}} = Cte$$

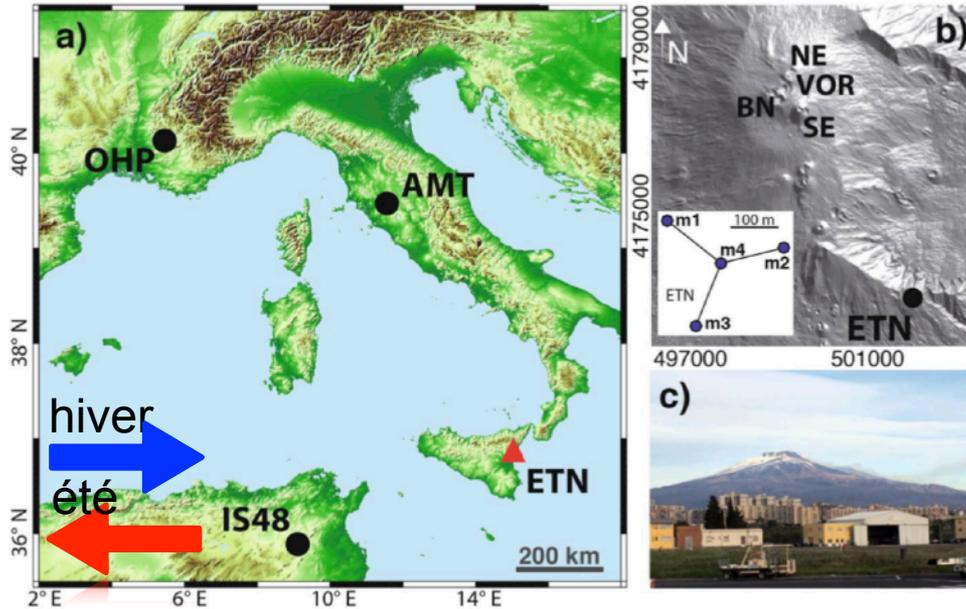
2 guides d'onde strato- et thermo-sphériques



Exemple 1: Concorde



Exemple 2: Etna

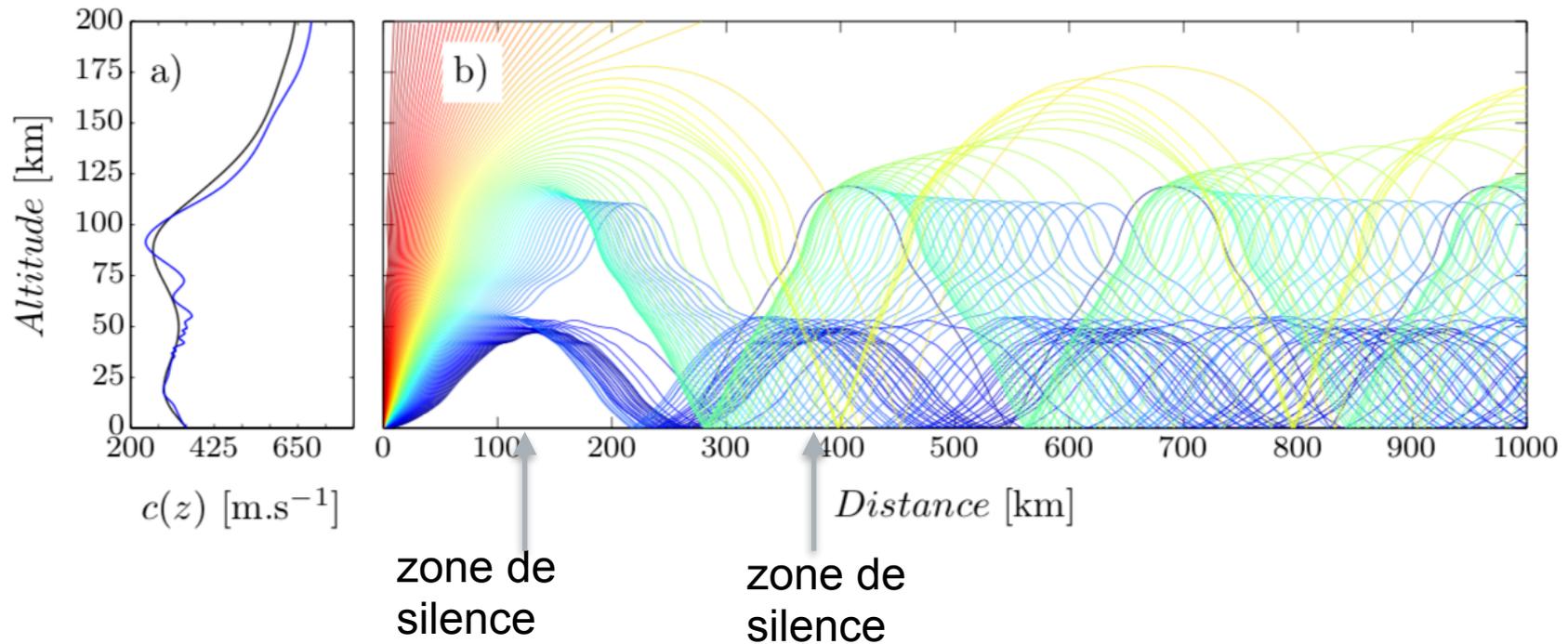


ETN-OHP: 1040 km
 ETN-IS48 : 560 km

T_{VAA}	LEW_{OHP}	LEW_{IS48}	Ash
09-Aug-2014 08:40	06-Aug-2014 00:30	08-Aug-2014 02:05	yes
11-Aug-2014 09:30	12-Aug-2014 02:40	08-Aug-2014 02:05	No
12-Aug-2014 17:35	12-Aug-2014 02:40	08-Aug-2014 02:05	Yes
28-Dec-2014 18:37	-	-	No
02-Jan-2015 11:55	02-Jan-2015 06:20	02-Jan-2015 05:45	Yes
13-Jan-2015 08:18	-	-	Yes
31-Jan-2015 19:43	-	-	No
02-feb-2015 06:24	-	-	Yes
13-May-2015 18:57	-	13-May-2015 01:15	Yes
03-Dec-2015 03:23	-	-	Yes
04-Dec-2015 09:47	-	-	Yes
09-Dec-2015 09:41	-	-	Yes
18-May-2016 14:56	17-May-2016 10:10	17-May-2016 18:05	Yes
21-May-2016 03:24	21-May-2016 03:15	21-May-2016 03:20	Yes
24-May-2016 23:00	24-May-2016 20:50	24-May-2016 21:45	Yes

détections détections
 7/15 8/15
 détections détections
 downwind downwind
 7/8 8/8

Réfraction acoustique



Un peu d'histoire des sciences

Observations de zones de silence ou d'audibilité

explosions accidentelles (Allemagne, 1904, 1925, Pays-Bas 1935)

travaux ferroviaires (Jungfraubahn, 15 Novembre 1908)

éruptions volcaniques (Asamayama, Japon, 1909-1913)

siège d'Anvers (7-9 octobre 1914)

tirs d'entraînement (Californie, 1937)

Explication : phénomène de réfraction sonore, dû à

- changement de composition de l'atmosphère
- augmentation de la température dans la stratosphère
- forts vents stratosphériques
- diminution de la pression

G. von dem Borne 1910, Davison 1917, Whipple 1923 et 1935, Wegener 1925, Benioff & Gutenberg 1939

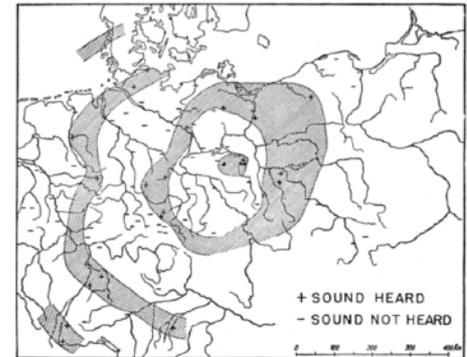


FIG. 1. Observations of sound after explosion of 5000 kg of ammunition, which was buried, on Dec. 18, 1925, 11 a. m. After Hergesell and Duckert.

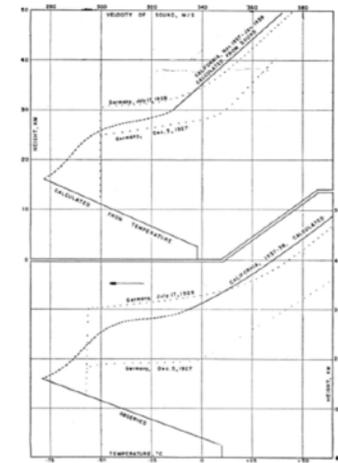


FIG. 6. Upper part: velocity of sound waves in southern California calculated from the data in Fig. 5; results for northern Germany for comparison. Lower part: temperatures corresponding to the velocities in the upper part of the figure under the assumption that equation (1a) is correct.

Inversion des vents atmosphériques

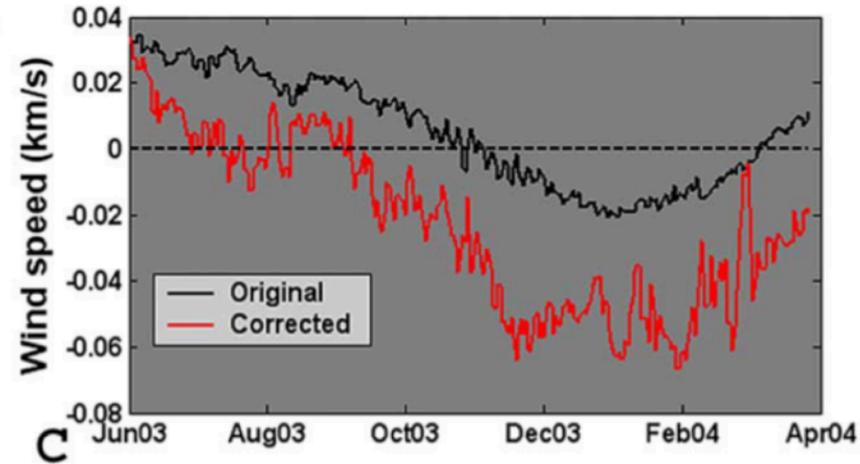
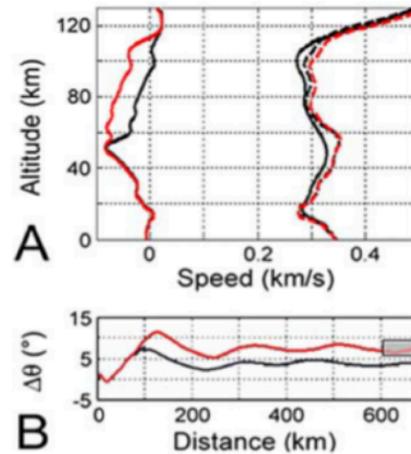
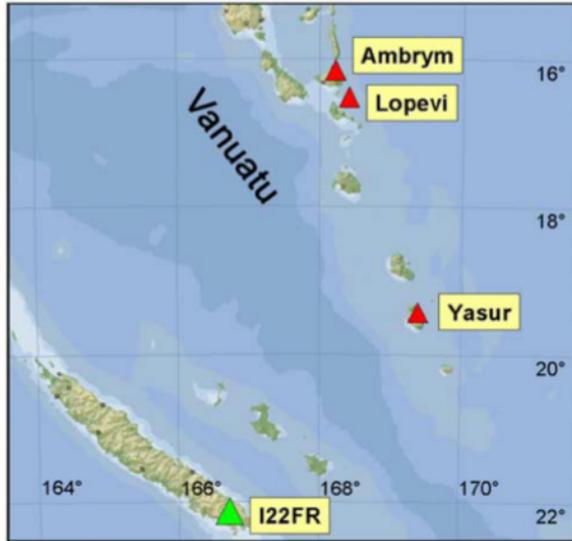


Figure 12. Correction of the G2S zonal wind averaged along the trajectory between Lopevi and I22FR. (a) Original and corrected winds on 15 January 2004 (black and red solid lines, respectively) (left side) and G2S sound speed profile (black solid line), effective sound speed (sound speed including winds in the direction of propagation) before and after correction (black and red dashed lines, respectively) (right side). (b) Predicted azimuth deviation without and with wind correction on 15 January 2004 (in black and red, respectively). The light patch indicates the range of measured azimuths at I22FR. (c) Original and corrected G2S winds averaged between 50 and 110 km, from June 2003 to April 2004 (in black and red, respectively).

Mécanismes de propagation

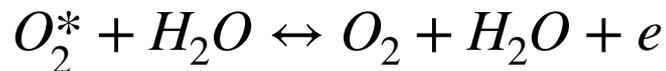
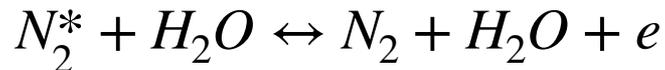
1. Réfraction et influence du vent
2. **Absorption**
3. Non-linéarités
4. Diffraction

Mécanismes d'absorption

Principal mécanisme (infrasons et sons) dans l'air

Troposphère et stratosphère

relaxation vibrationnelle des molécules diatomiques d'azote et d'oxygène
(99% masse de l'air)



l'acoustique modifie l'équilibre de la répartition d'énergie entre modes internes des molécules

dépendant du contenu en vapeur d'eau qui joue le rôle de « catalyseur »

description thermodynamique sous forme de « réaction » chimique, avec 2 variables internes décrivant le degré d'avancement de chaque « réaction »

Modèle thermomécanique

Masse
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

Quantité de mouvement (Navier-Stokes)

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{v} \right) + \nabla p = \left(\eta + \frac{4\mu}{3} \right) \Delta \vec{v} + \left(\eta + \frac{\mu}{3} \right) \nabla \wedge \nabla \wedge \vec{v}$$

Energie

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla s \right) = 2\mu \mathbf{D}^d : \mathbf{D}^d + \eta (\nabla \cdot \vec{v})^2 + \rho \sum_{i=1}^N L_i A_i^2 + \chi \Delta T$$

Cinétique chimique

$$0 = \frac{\partial \xi_i}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \xi_i - L_i A_i$$

Lois d'état

$$p = p(\rho, s, \xi_1, \dots, \xi_N) \quad T = T(\rho, s, \xi_1, \dots, \xi_N) \quad A_i = A_i(\rho, s, \xi_i)$$

Coefficients de transport $(\mu, \eta, \chi, L_1, \dots, L_N) \geq 0$ (2nd principe)

Equation des ondes généralisée

Linéarisation autour de l'équilibre $(\rho_0, \vec{v}_0 = 0, p_0, s_0, T_0, \xi_{1,eq} \dots, \xi_{N,eq})$

+ Hypothèse : tous les phénomènes de dissipation sont faibles

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \left(1 + \tau_V \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta p = \sum_{i=1}^N \frac{\partial \zeta_i}{\partial t}$$

$$\left(1 + \tau_i \frac{\partial}{\partial t} \right) \zeta_i = c_0^2 m_i \tau_i \Delta p$$

Dissipation thermovisqueuse $\tau_v = \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \left(\eta + \frac{4\mu}{3} + \frac{\chi(\gamma - 1)}{c_p} \right) = O(10^{-11} s)$

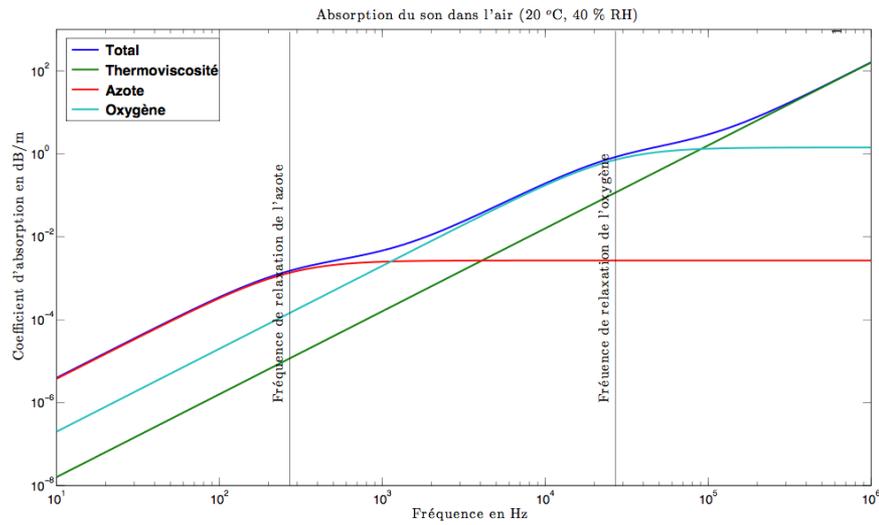
Relaxation moléculaire $f_{N_2} = \frac{1}{2\pi\tau_{N_2}} = O(300 \text{ Hz})$ $f_{O_2} = \frac{1}{2\pi\tau_{O_2}} = O(30 \text{ kHz})$

2 régimes $f \ll f_{N_2}$ $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \left(1 + m_{N_2} \tau_{N_2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta p = 0$

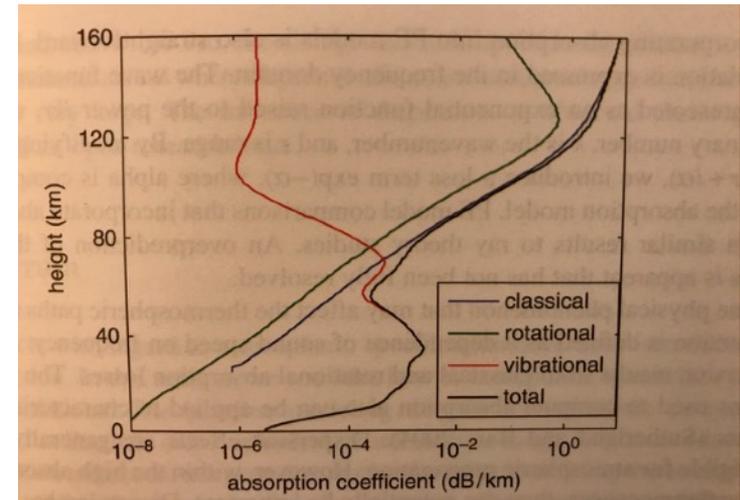
$f_{N_2} \ll f \ll f_{O_2}$ $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \left(1 + m_{N_2} + m_{O_2} \tau_{O_2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta p = 0$

Absorption du son

Au sol



En altitude

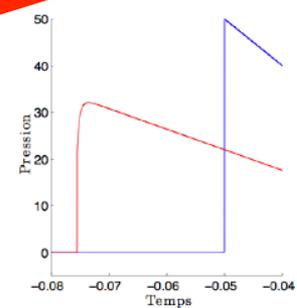
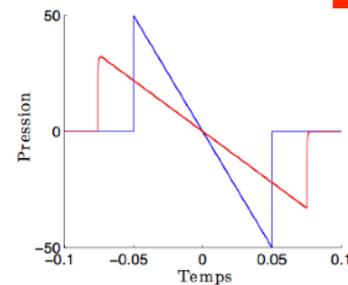
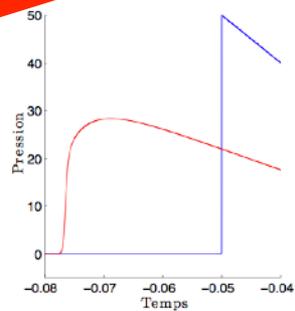
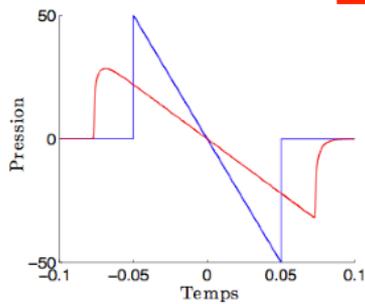
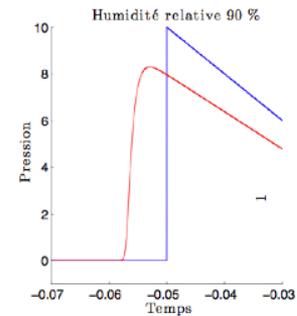
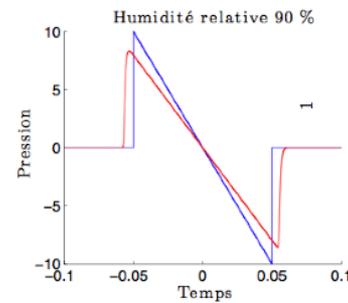
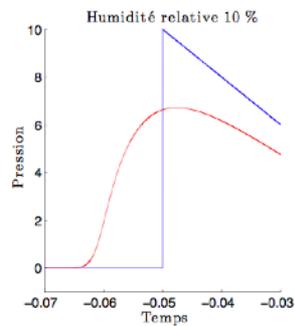
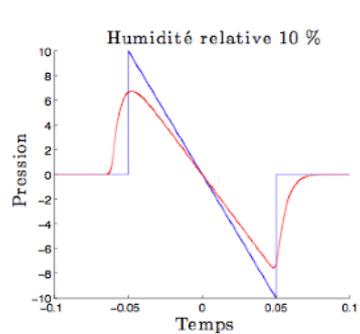


Norris et al., in *Infrasound monitoring*, pp. 557, Springer, 2010

Influence de l'humidité

Low humidity

High humidity



Absorption dans les nuages

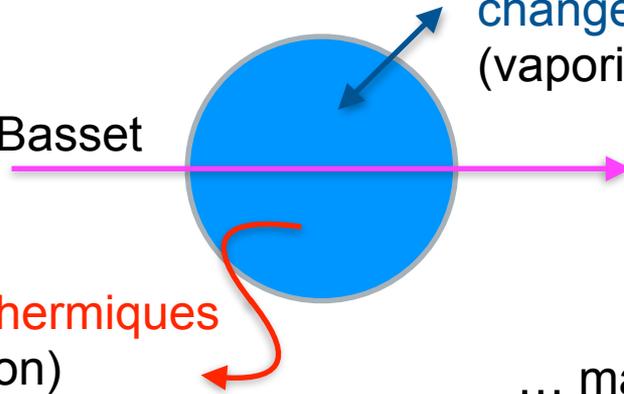
Actions d'une onde acoustique sur une goutte d'eau dans un nuage

effets visco-inertiels

(traînée de Stokes
terme historique de Basset
masse ajoutée
Archimède)

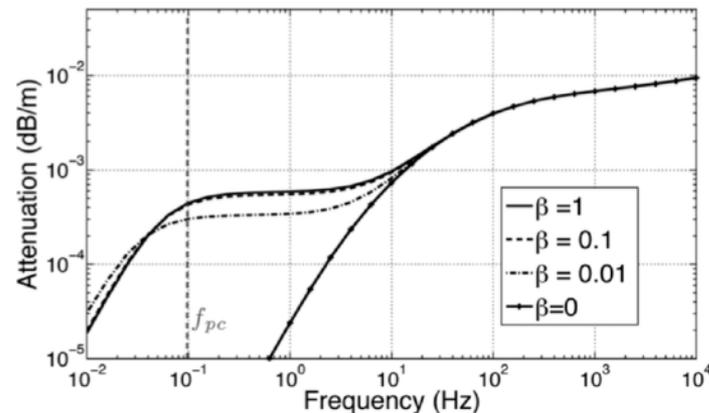
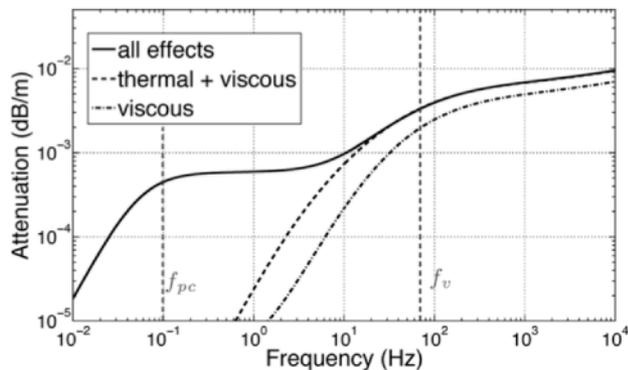
effets thermiques
(diffusion)

changement de phase
(vaporisation / condensation)

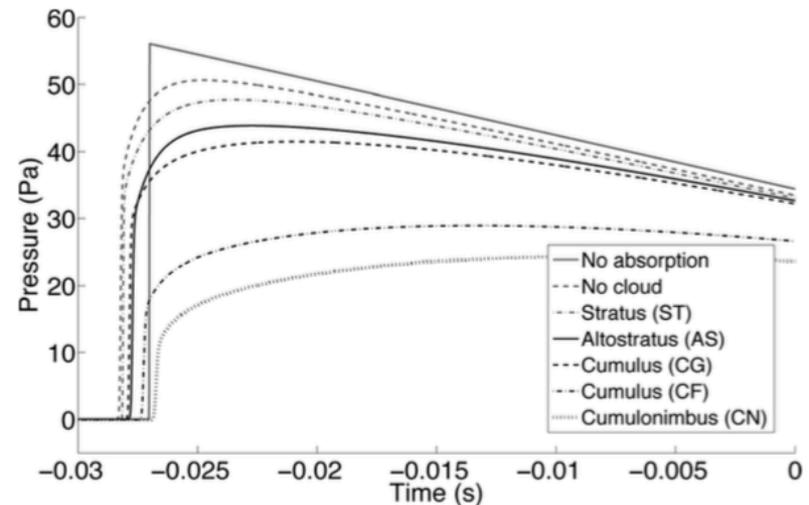
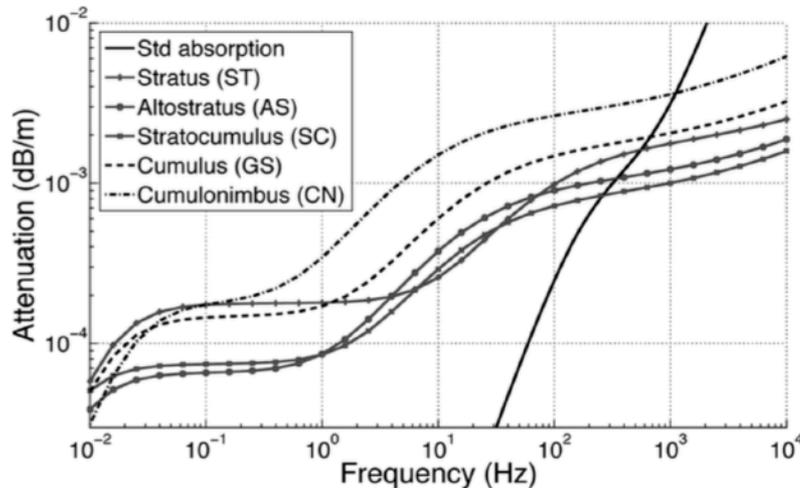


Vaporisation / condensation
dominant à basse fréquence...

... mais dépendant du paramètre
d'accommodation (% de molécules
H₂O se condensant) mal connu



Absorption dans les nuages



Baudoin, Coulouvat, Thomas, J. Acoust. Soc. Am., 2011

- pour l'instant une seule mesure de laboratoire (Cole and Dobbins, J. Atmos. Sci., 1971)
- modèle limité à $T > -10^{\circ}\text{C}$ (pas de glace)
- loi d'état de l'air de type gaz parfait seulement

Mécanismes de propagation

1. Réfraction et influence du vent
2. Absorption
3. **Non-linéarités**
4. Diffraction

Vitesse du son d'une onde d'amplitude finie

Vitesse du son d'une onde d'amplitude infinitésimale

$$c_0^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s (\rho_0, s_0)$$

Convection par un écoulement

$$c = c_0 + \vec{v}_0 \cdot \vec{n}$$

Vitesse du son d'une onde plane d'amplitude finie

$$c = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s (\rho_0 + \rho_a, s_0) + v_a$$

Relations d'impédance (onde plane)

$$\rho_a \approx p_a / c_0^2$$

$$v_a \approx \frac{p_a}{\rho_0 c_0}$$



$$c = c_0 + \frac{\beta p_a}{\rho_0 c_0}$$

$$\beta = 1 + \frac{\rho_0}{c_0^2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_s (\rho_0, s_0)$$

convection par l'onde

non-linéarité éq. état

pour un gaz parfait

$$\beta = 1 + \frac{\gamma + 1}{2} = 1.2 \text{ (air)}$$

Equation des ondes non linéaires

Equation des ondes

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \left(\frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right) p = 0$$

Onde unidirectionnelle

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

Vitesse du son non linéaire

$$c = c_0 + \frac{\beta p_a}{\rho_0 c_0}$$

Equation d'ondes non linéaires

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\beta}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial t}$$

Adimensionnement et ordres de grandeur

Equation d'ondes non linéaires

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\beta}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial t}$$

Temps retardé et adimensionnement

$$\tau = \omega_0(t - x/c_0)$$

$$p = P_0 P$$

$$x = \frac{\rho_0 c_0^3}{\beta \omega_0 P_0} \sigma = L \sigma$$

 Eq. Burgers non dissipative

$$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = P \frac{\partial P}{\partial \tau}$$

distance caractéristique des effets non linéaires

$$L = \frac{\rho_0 c_0^3}{\beta \omega_0 P_0} = \frac{1}{\beta k_0 M_0}$$

Mach acoustique

$$M_0 = \frac{P_0}{\rho_0 c_0^2} = \frac{V_0}{c_0} \ll 1$$

$$L \gg \lambda$$

ordres de grandeur

200 Pa (140 dB) à 1 Hz

$$\lambda = 340 \text{ m}$$

$$M_0 = 1.4 \cdot 10^{-3}$$

$$L = 32 \text{ km}$$

Méthode des caractéristiques: solution de Poisson

Burgers ND $\frac{\partial P}{\partial \sigma} = P \frac{\partial P}{\partial \tau}$

Source

$$P(\sigma = 0, \tau) = P_s(\tau)$$

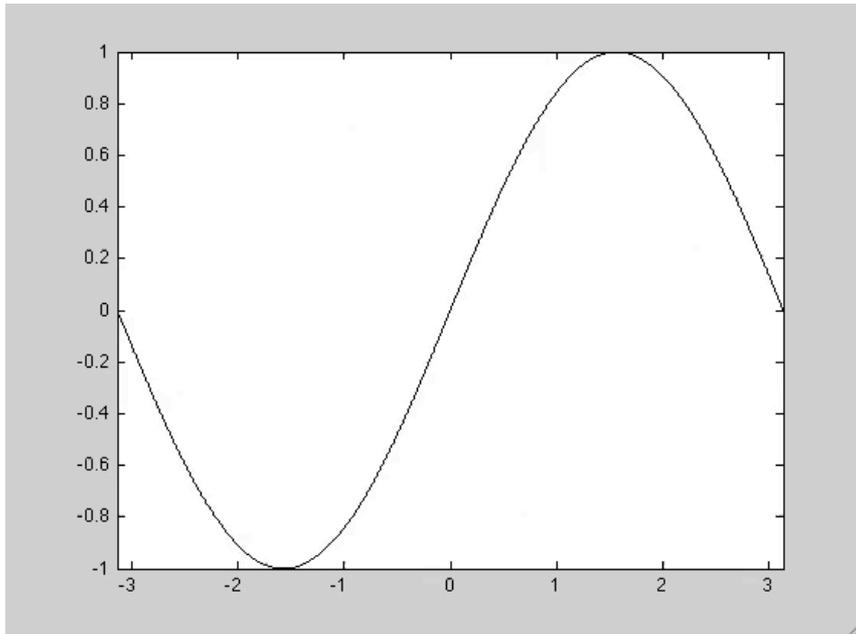
Solution $P(\sigma, \tau) = P_s(\theta)$

avec

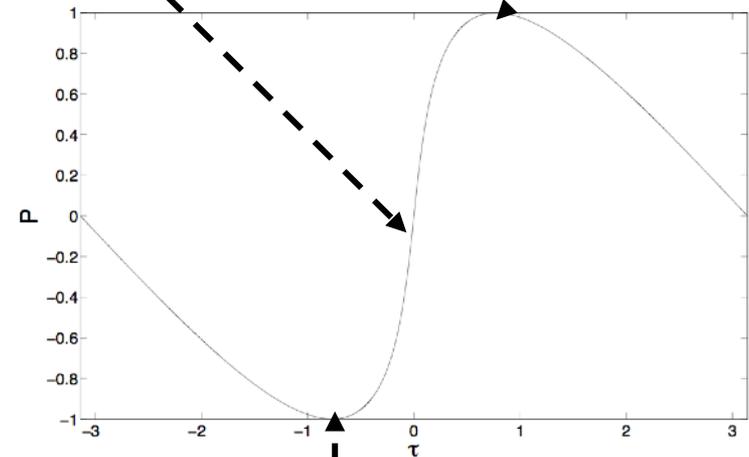
$$\tau = \theta - \sigma P_s(\theta)$$

soit

$$p(x, t) = p_s \left[\omega_0 \left(t - x / \left(c_0 + \frac{\beta p}{\rho_0 c_0} \right) \right) \right]$$



Max propagates at $c > c_0$: ahead
Zero of amplitude propagates at c_0



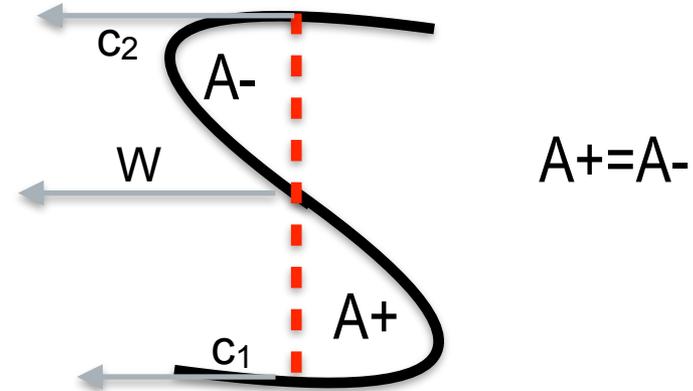
Min propagates at $c < c_0$: retarded

Position des chocs

1) Rankine-Hugoniot
(weak shock theory)

$$W = \frac{1}{2} (c_1 + c_2)$$

2) Loi des aires égales
(Landau 1944)



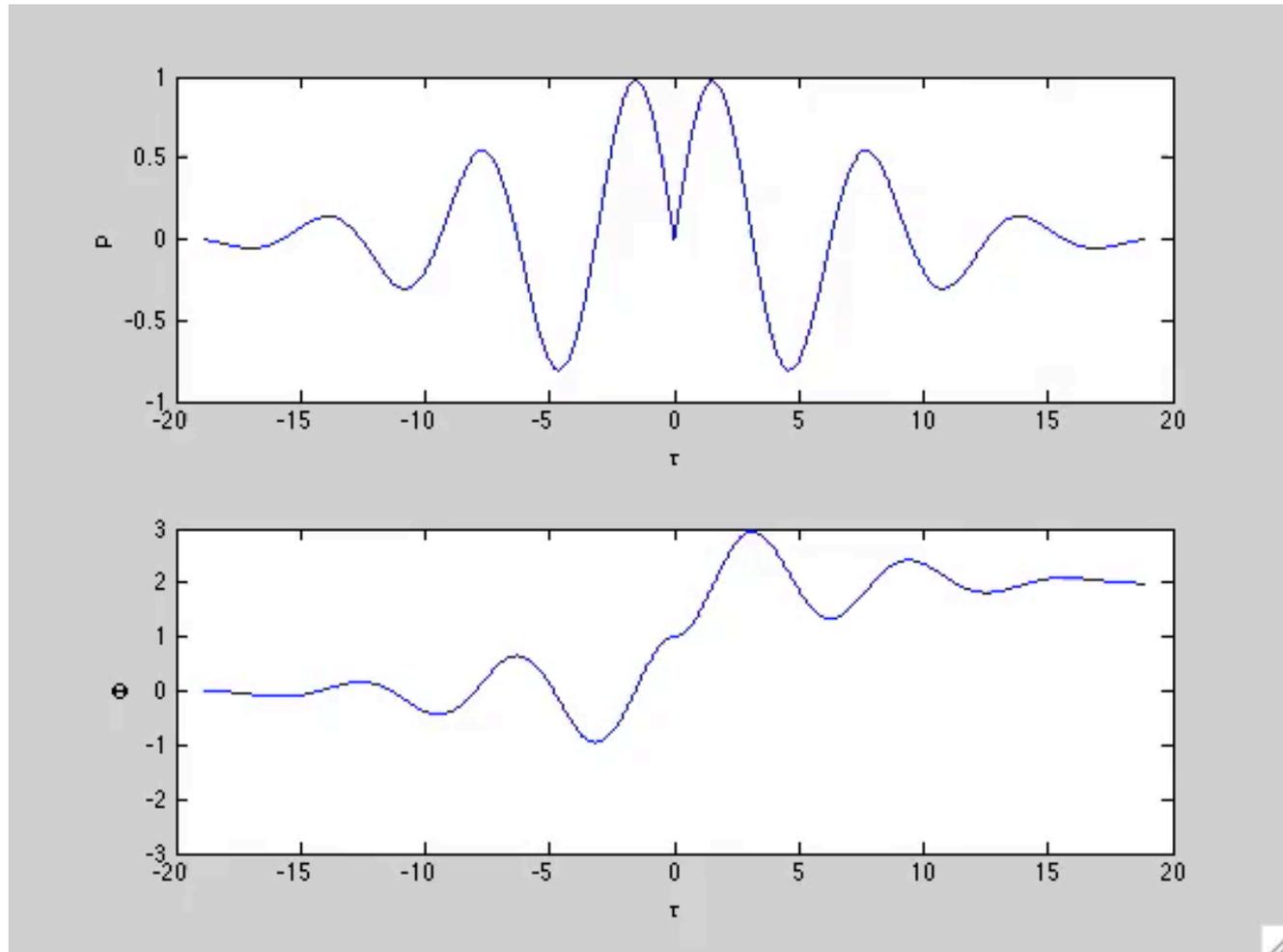
3) potentiel de Burgers-Hayes (1954-1969)

Pour le potentiel $\Phi(\sigma, \tau) = \int_{-\infty}^{\tau} P(\sigma, \tau') d\tau'$ la solution monovaluée

est le max de la solution multivaluée

$$\Phi_{mono}(\sigma, \tau) = \max(\Phi_{multi}(\sigma, \tau))$$

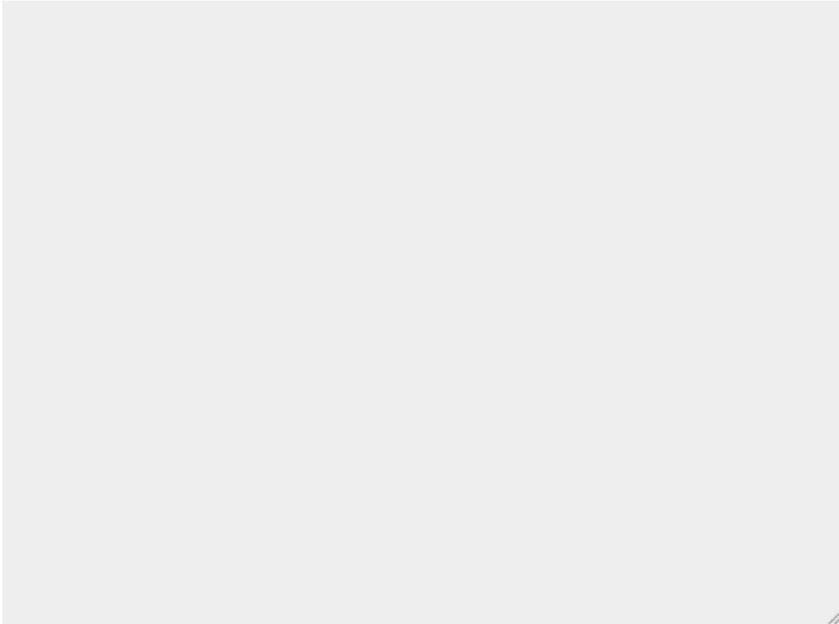
Méthode de Burgers-Hayes



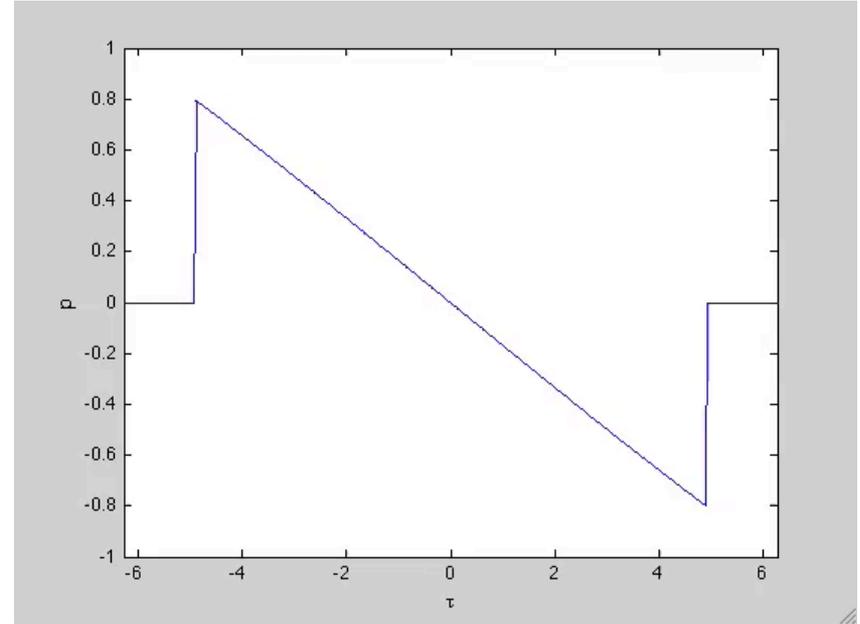
- J. M. Burgers, Proc. Kon. Nederlandse Akad. van Wet., 57, 1954 - Hayes, Haefeli & Kulsrud, NASA CR-1299, 1969 -
- Coulouvrat, Wave Motion, 2009

Décroissance d'un choc faible

$$P_0(\tau) = \sin(\tau)$$



$$P_0(\tau) = -\sin(\tau)$$



Comportement asymptotique à grande distance

$$P(\tau, \sigma \rightarrow +\infty) = \frac{\pi - \tau}{1 + \sigma}$$

$\tau \in]0, \pi]$

$$P(\tau, \sigma \rightarrow +\infty) = \frac{-\tau}{1 + \sigma}$$

$|\tau| < \sqrt{1 + \sigma}$

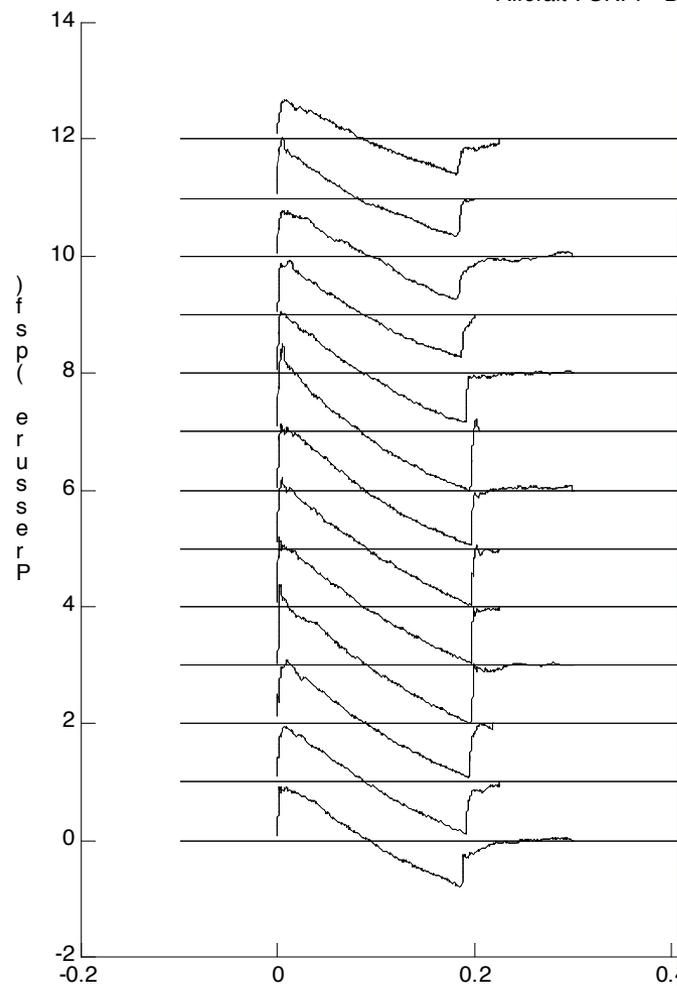
L'énergie décroît comme...

... le carré de la distance !

...la racine carrée de la distance !

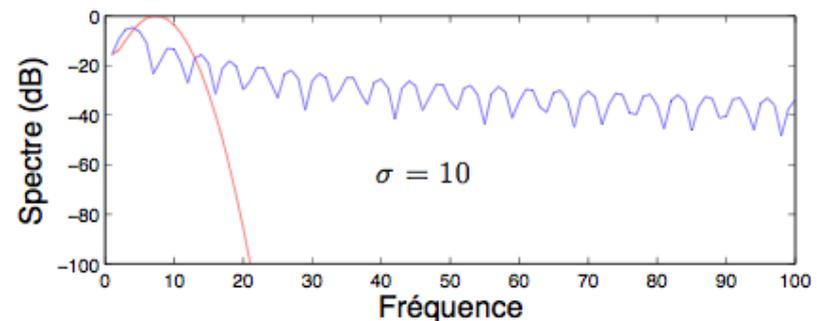
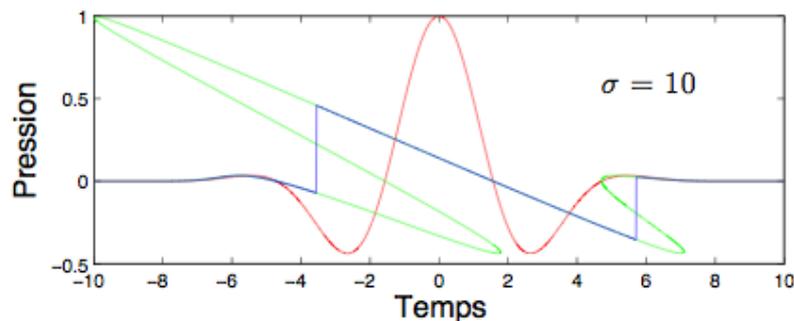
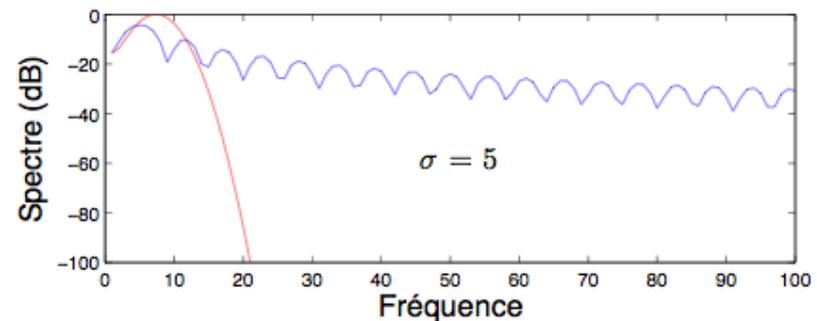
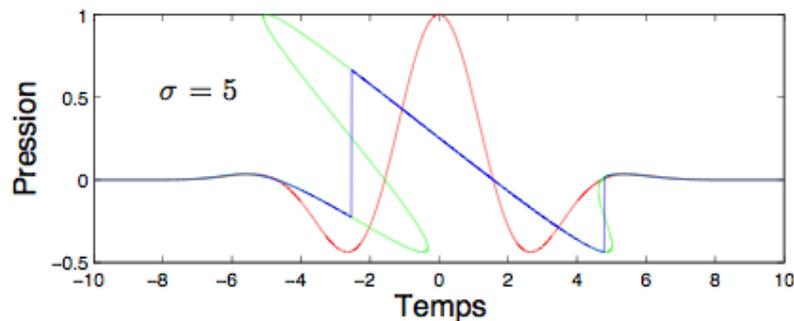
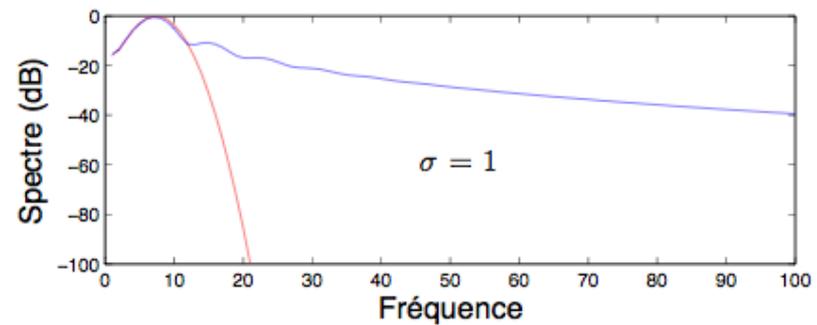
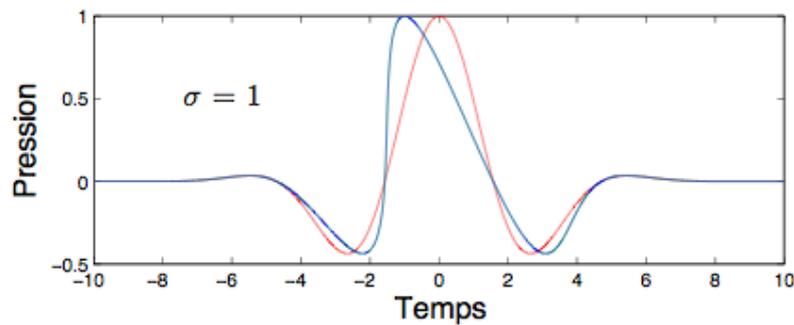
Ondes en N

Aircraft : SR71 - Date : 05 August 1987 - Hour : 09:26



Time (s)

Spectre non linéaire



Cas d'un météoroïde

CFD à la source

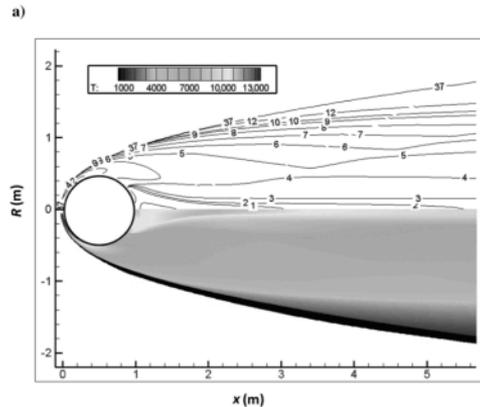
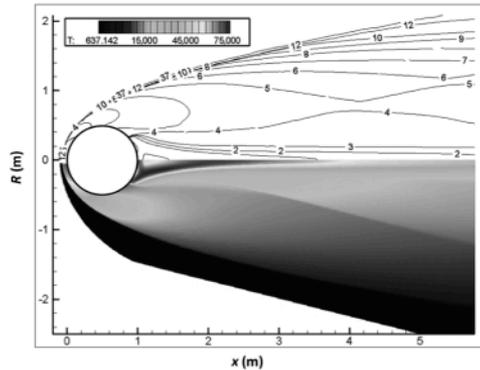
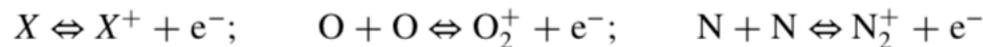


Fig. 8 Iso-Mach lines (upper) and temperature contours (lower) of aerodynamic near field for 1-m-diam spherical meteoroid at Mach 40, for a) perfect and b) real gas.

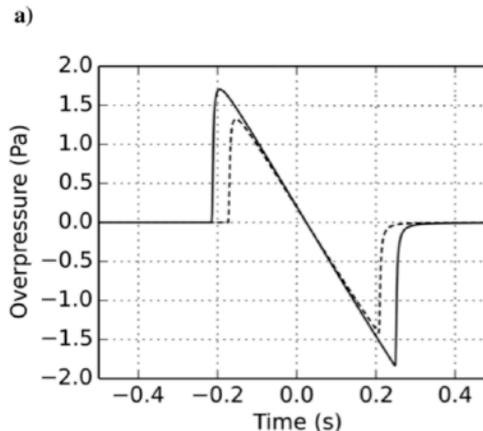
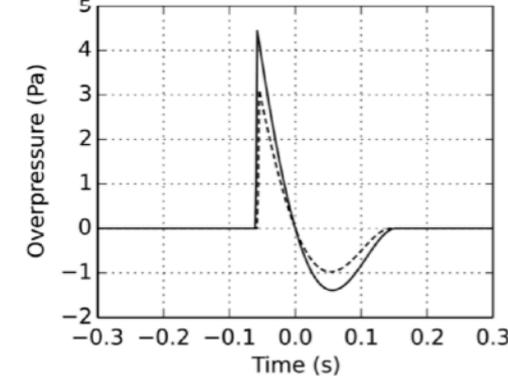
en haut : gaz parfait

en bas : avec dissociation / ionisation

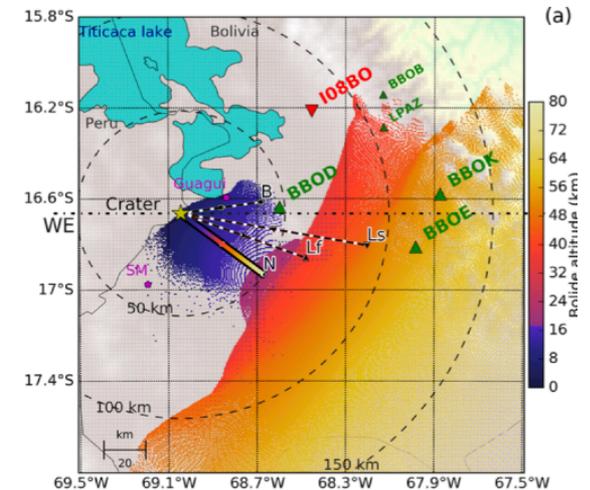


près de la source (54.2 km)

Propagation source-sol

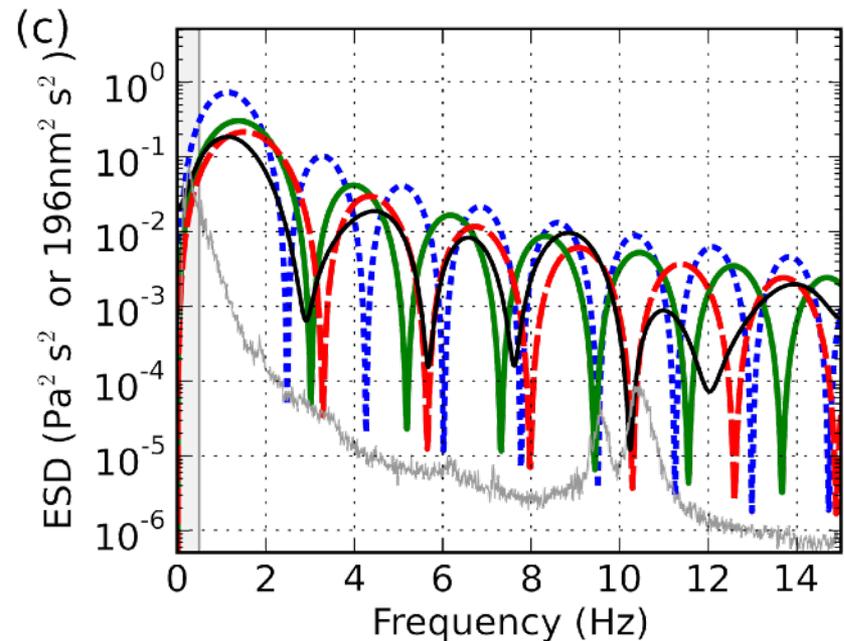
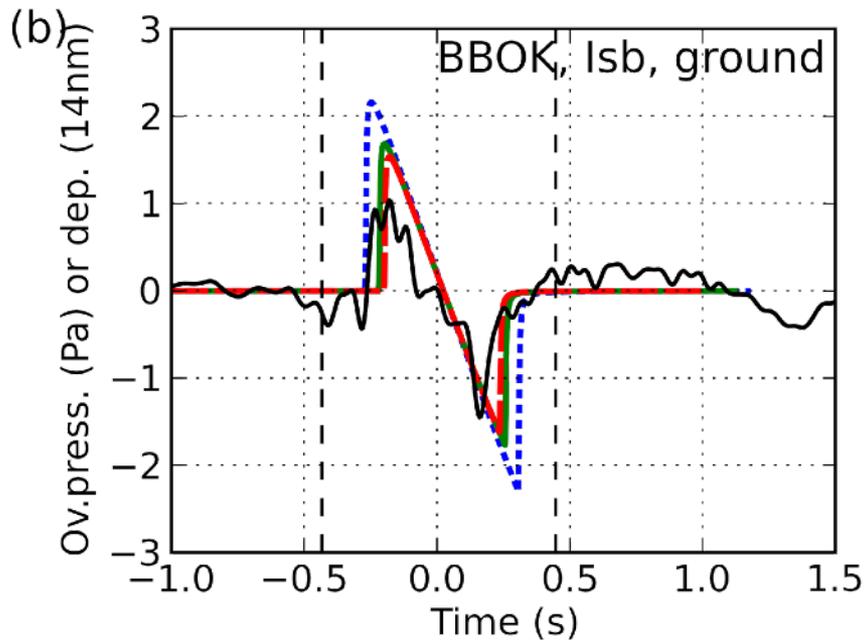


au sol (BBOK - 4 km)



Carancas : comparaison mesure / calcul

Comparaison des signatures / spectres calculés ou mesurés
(amplitude mesurée arbitraire)



Densité et amplitude

Conservation de l'intensité acoustique (sans vent, sans absorption)

$$\frac{p^2}{\rho_0 c_0} = Cte$$

$$p \propto \sqrt{\rho_0 c_0} \quad \text{et} \quad v \approx \frac{p}{\rho_0 c_0} \propto \frac{1}{\sqrt{\rho_0 c_0}}$$

Nombre de Mach acoustique

$$M = \frac{v}{c_0} \propto \frac{1}{\rho_0^{1/2} c_0^{3/2}}$$

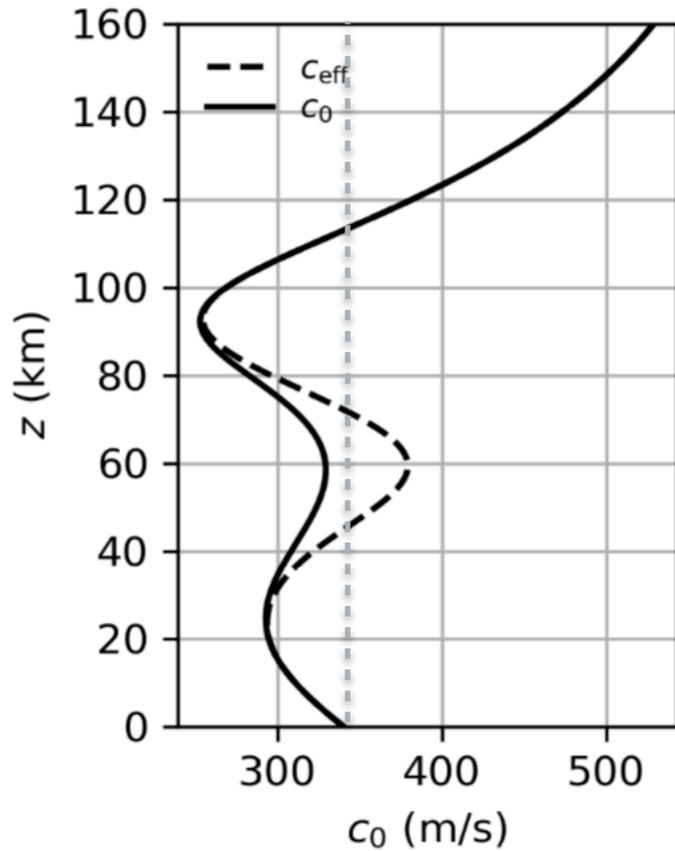
Décroissance exponentielle de la densité avec l'altitude

- > M peut devenir (localement) grand -> non-linéarités non négligeables
- > absorption thermovisqueuse redevient prédominante

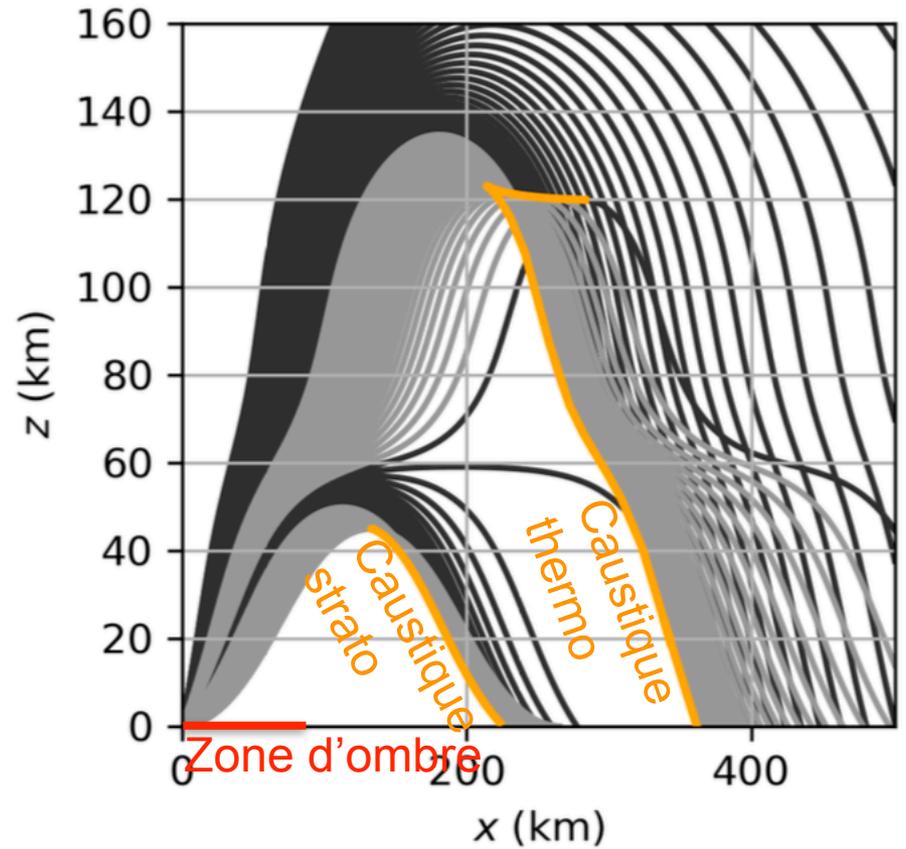
Mécanismes de propagation

1. Réfraction et influence du vent
2. Absorption
3. Non-linéarités
4. **Diffraction**

Diffraction



(a)



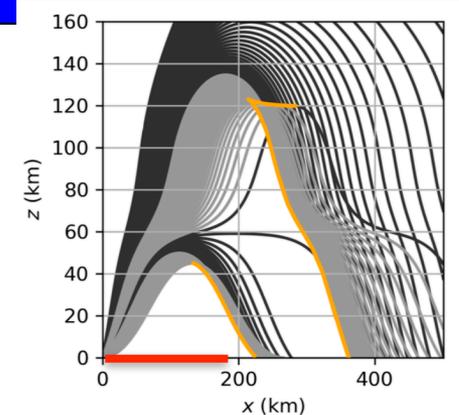
(b)

Diffraction : zone d'ombre

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2(z) \nabla \cdot (\nabla p) = 0$$

Temps retardé $\tau = t - x/c_0(0)$

Vitesse du son $c_0(z) = c_0(0)(1 - z/R + O(z^2))$



$$\Rightarrow \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} - c_0^2(0) \left(1 - \frac{2z}{R}\right) \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{2}{c_0(0)} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} + \frac{1}{c_0^2(0)} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = 0$$

ω^2 ω^0 ω^1 ω^2 ?

Hypothèse haute fréquence

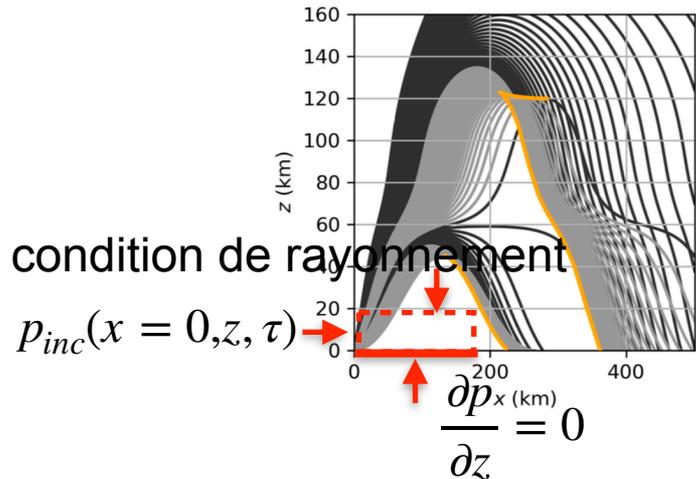
$$\Rightarrow 2c_0(0) \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} + \frac{2z}{R} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} - c_0^2(0) \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

Dimensionnement $\bar{\tau} = \omega \tau$ $\bar{x} = x/L$ $\bar{z} = z/H$

$$\Rightarrow \text{avec } H^3 = c_0^2 R / 2\omega^2 \quad \text{on a } \boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} + \bar{z} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial \bar{z}^2} = 0}$$

$$L^3 = 2c_0 R^2 / \omega$$

Diffraction : zone d'ombre (2)



$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} + z \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

Linéaire -> solution analytique (Fourier)
 + théorème des résidus =
 série d'ondes « rampantes »

$$p(\tau, z, x) = -\hat{p}_{inc} \sum_n \exp(i(k_n x - \tau)) \frac{Ai(b_n - z \exp(2i\pi/3))}{b_n (Ai(b_n))^2}$$

$$Ai'(b_n) = 0$$

$$k_n = b_n \exp(-2i\pi/3)$$

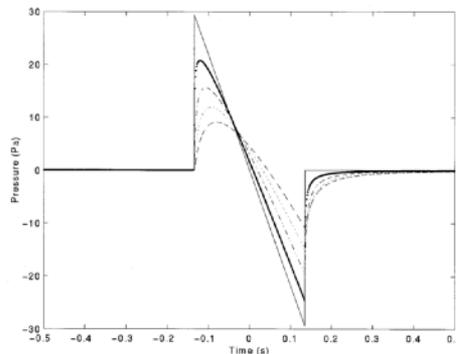


FIG. 8. Computed sonic boom pressure signals over a rigid surface at 0 (—), 1 (---), 2 (---), 3 (---), and 4 (---) km from the cutoff.

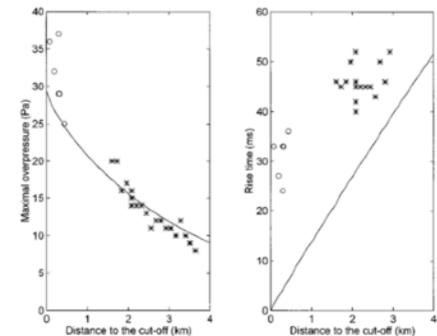


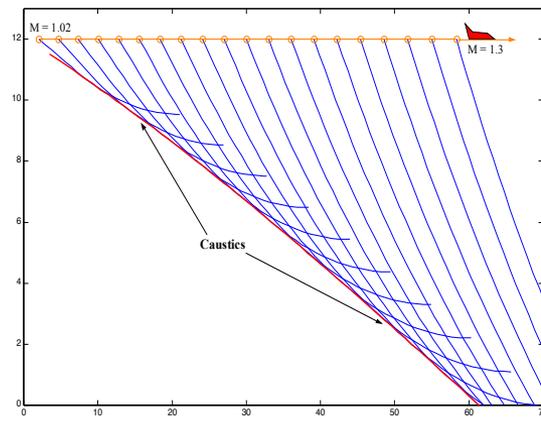
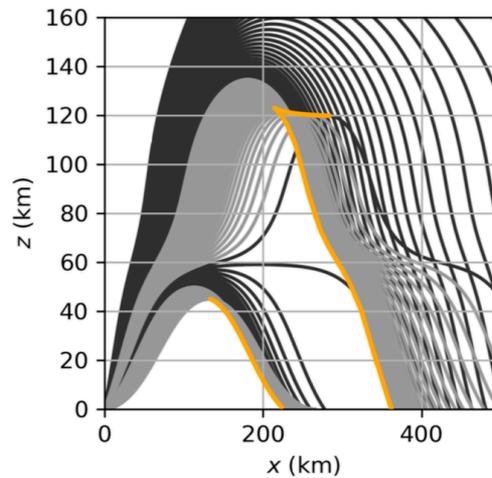
FIG. 7. Maximum overpressure and rise time in the shadow zone versus distance to the carpet cutoff over a rigid surface. Theory (solid line) and Concorde measurements (○ and *).

Diffraction : caustiques

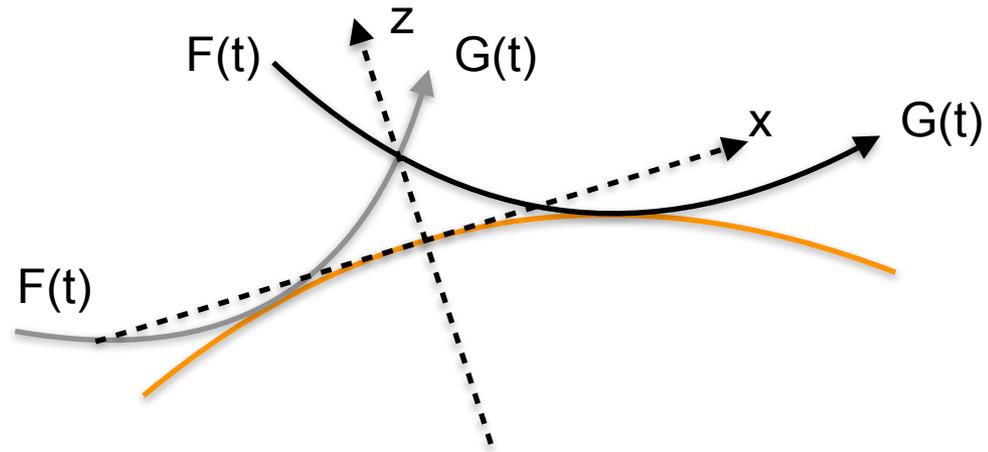
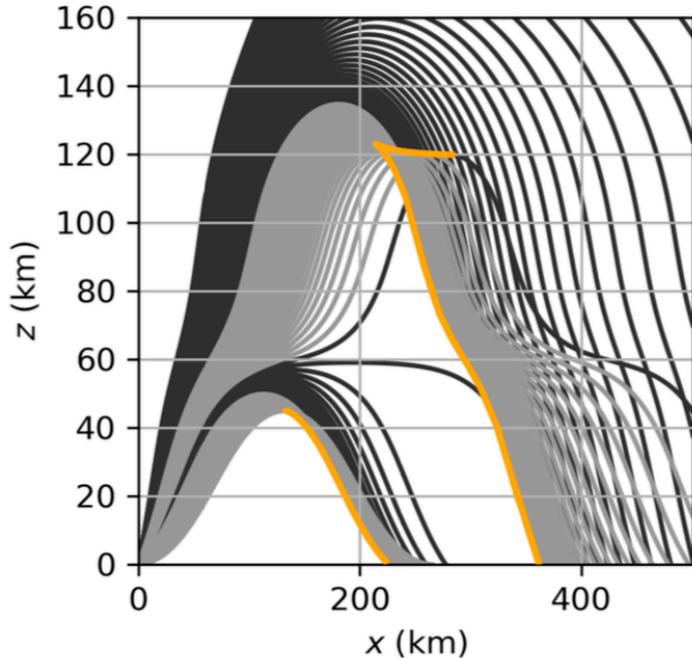


OPTIQUE

ACOUSTIQUE



Diffraction : caustiques



- 1) par déformation géométrique, on se ramène à une caustique localement plane
- 2) même calcul que précédemment
- 3) dépendance en x négligeable (cf théorie des catastrophes, Thom 1972)

Equation de Tricomi

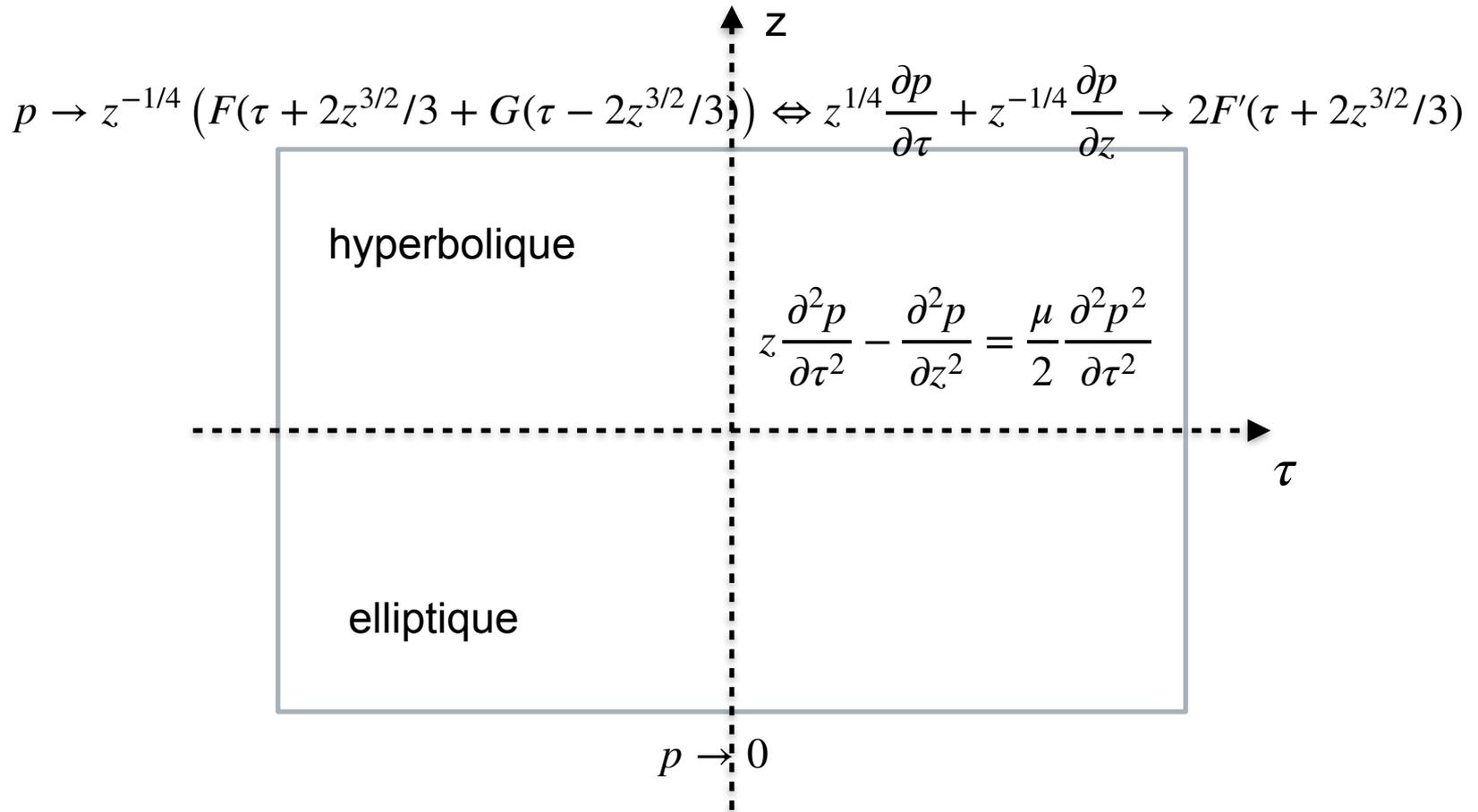
linéaire

$$z \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

non linéaire

$$z \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\mu}{2} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2}$$

Diffraction : caustiques (2)



Tricomi : solveur numérique

Tricomi non linéaire
$$z \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\mu}{2} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2}$$

Auger & Coulouvrat, *AIAA J.*, **40**, 2002
Marchiano *et al.*, *J. Acoust. Soc. Am.*, **114**, 2003

1) on passe de la pression au potentiel $p = \frac{\partial \phi}{\partial \tau}$

$$z \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\mu}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)^2 \right]$$

2) algo itératif : on introduit une variable supplémentaire x fictive $\lim_{x \rightarrow +\infty}$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial \tau} + z \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\mu}{2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)^2 \right]$$

3) initialisation (0 ou solution analytique de Tricomi non linéaire)

4) split-step

$$\Delta x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial \tau} + z \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{FFT+Diff finies+Crank Nicholson+FFT}^{-1}$$

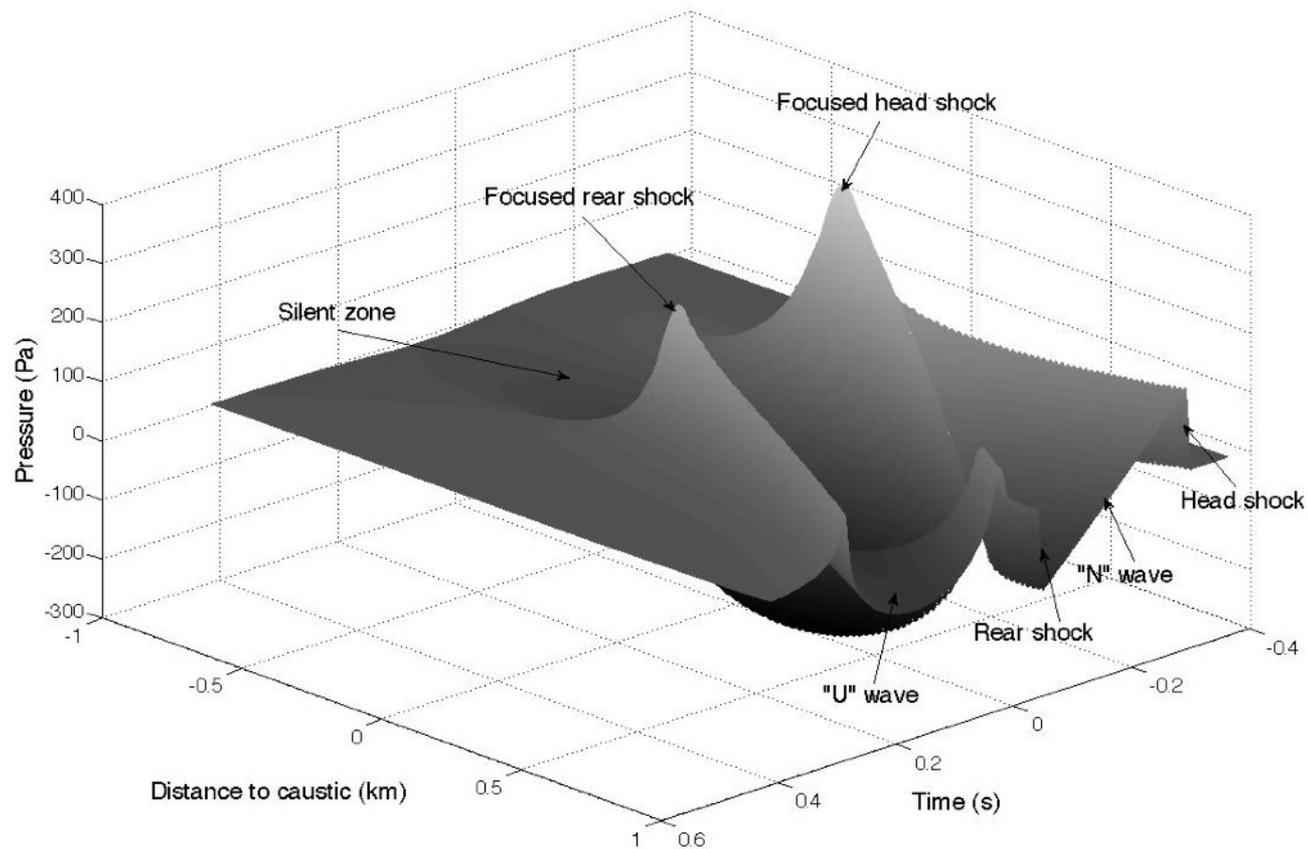
$$\Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\mu}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)^2 \quad \text{Solution analytique}$$

$$i\omega \left(\frac{\hat{\phi}_j^{n+1} - \hat{\phi}_j^n}{\Delta x} \right) + z_j \omega^2 \hat{\phi}_j^n + \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\phi}_{j+1}^{n+1} - 2\hat{\phi}_j^{n+1} + \hat{\phi}_{j-1}^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{\hat{\phi}_{j+1}^n - 2\hat{\phi}_j^n + \hat{\phi}_{j-1}^n}{\Delta x^2} \right) = 0$$

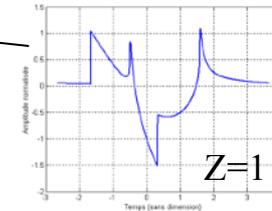
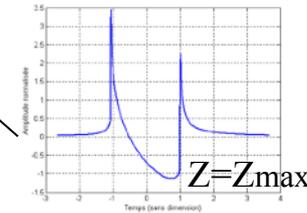
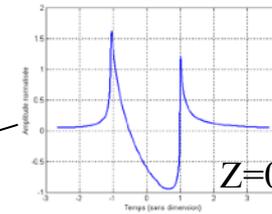
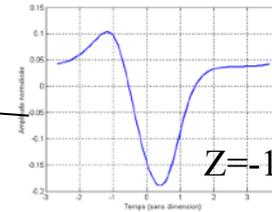
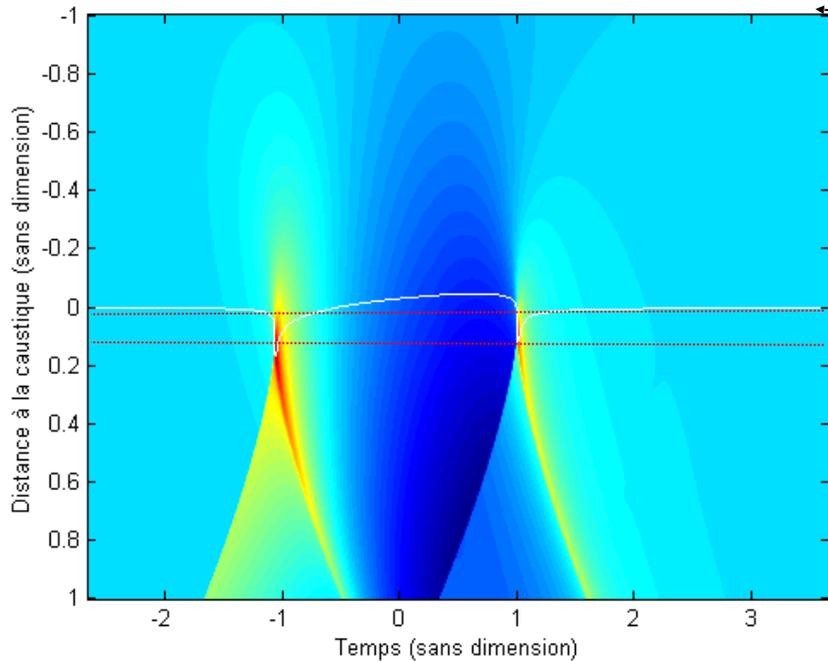
5) convergence ? non $x \rightarrow x + \Delta x$, oui fin du calcul itératif

6) on dérive $p = \partial \phi(x = +\infty, \tau, z) / \partial \tau$

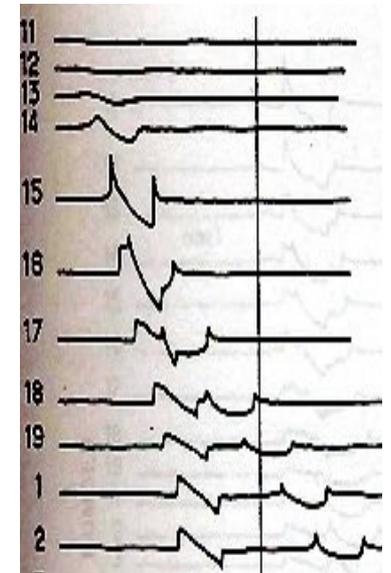
Solution numérique de Tricomi NL



Solution numérique de Tricomi NL



Essais en vol (Jéricho)



Wanner et al. , JASA, 1972

Mirage IV, en virage

Superbang : essais en vol

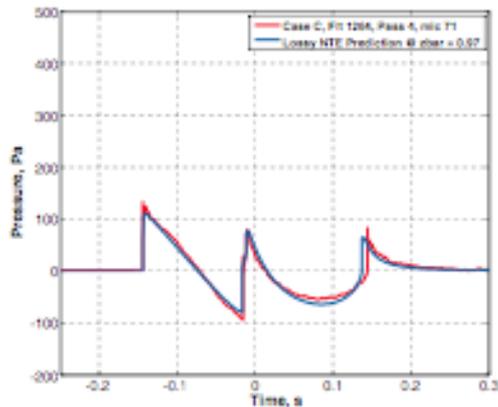


Fig. 13 LNTe prediction at $\bar{z} = 0.97$ compared to SCAMP flight-test measurement at microphone 71.

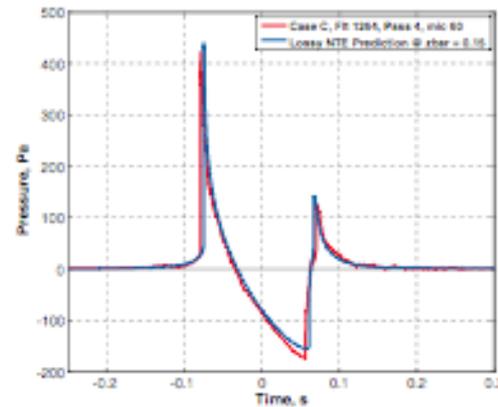


Fig. 15 LNTe prediction at $\bar{z} = 0.15$ compared to SCAMP flight test measurement at microphone 60.

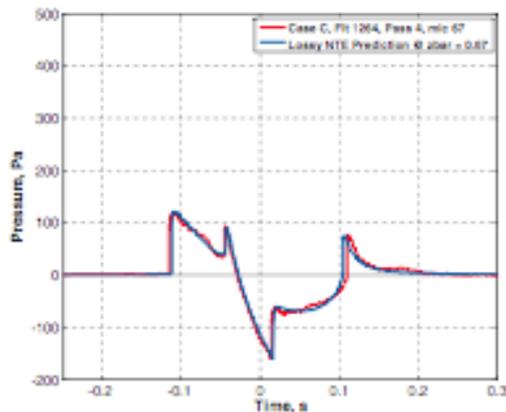


Fig. 14 LNTe prediction at $\bar{z} = 0.67$ compared to SCAMP flight-test measurement at microphone 67.

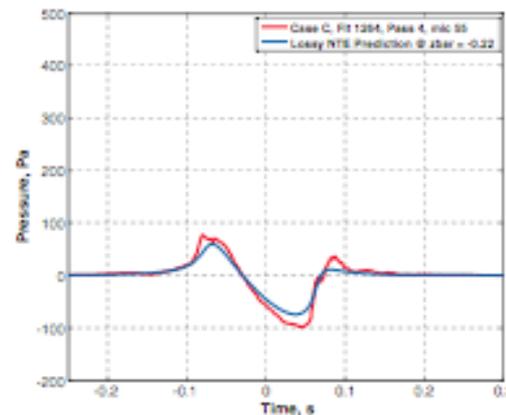


Fig. 16 LNTe prediction at $\bar{z} = -0.22$ compared to SCAMP flight-test measurement at microphone 55.

Plan

- 
- 1. Introduction et contexte**
 - 2. Sources (infra)sonores**
 - 3. Mécanismes physiques de la propagation atmosphérique**
 - 4. Problèmes directs : quelques approches numériques**
 - 5. Quelques exemples de problèmes inverses**
- 
- 
- 
- 

Une équation des ondes non linéaires

$$\frac{D_0^2 p}{Dt^2} - \rho_0 c_0^2 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) = -2c_0^2 \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_k} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_k} + \sum_{i=1}^N \frac{D_0 \zeta_i}{Dt} - c_0^2 \tau_V \frac{D_0}{Dt} \Delta p + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{D_0^2 p^2}{Dt^2}$$

↑
 ↑
 hétérogénéité
 réfraction
 diffraction
 ↓
 convection par le vent

↑
 gradient de vent
 ↑
 relaxations
 ↑
 viscosité
 ↑
 non-linéarités

$$\left(1 + \tau_i \frac{D_0}{Dt} \right) \zeta_i = c_0^2 m_i \tau_i \Delta p$$

$$\frac{D_0}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_{0j} \frac{\partial}{\partial x_j}$$

Méthode des rayons

$$\frac{D_0^2 p}{Dt^2} - \rho_0 c_0^2 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho_0} \right) = - 2c_0^2 \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_k} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_k} + \sum_{i=1}^N \frac{D_0 \zeta_i}{Dt} - c_0^2 \tau_V \frac{D_0}{Dt} \Delta p + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{D_0^2 p^2}{Dt^2}$$

Temps de parcours

$$p = F(\vec{x}, \tau = t - \psi(\vec{x}))$$



temps retardé fonction eikonale

Exemple: onde plane en milieu homogène avec écoulement uniforme

$$p = F\left(\tau = t - \frac{\vec{x} \cdot \vec{n}}{c_0 + \vec{v}_0 \cdot \vec{n}}\right) \quad \vec{n} \quad \text{direction de propagation}$$

Hypothèse haute fréquence

$$\left| \frac{\partial F}{\partial \tau} \right| \gg \gg |\nabla F|$$

$$\propto \omega^1 \quad \propto \omega^0$$

Equation eikonale

$$\frac{D_0^2 p}{Dt^2} - \rho_0 c_0^2 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho_0} \right) = - 2c_0^2 \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_k} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_k} + \sum_{i=1}^N \frac{D_0 \zeta_i}{Dt} - c_0^2 \tau_V \frac{D_0}{Dt} \Delta p + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{D_0^2 p^2}{Dt^2}$$

$$p = F(\vec{x}, \tau = t - \psi(\vec{x}))$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial \tau} \quad \nabla p = - \nabla \psi \frac{\partial F}{\partial \tau} + \nabla F$$

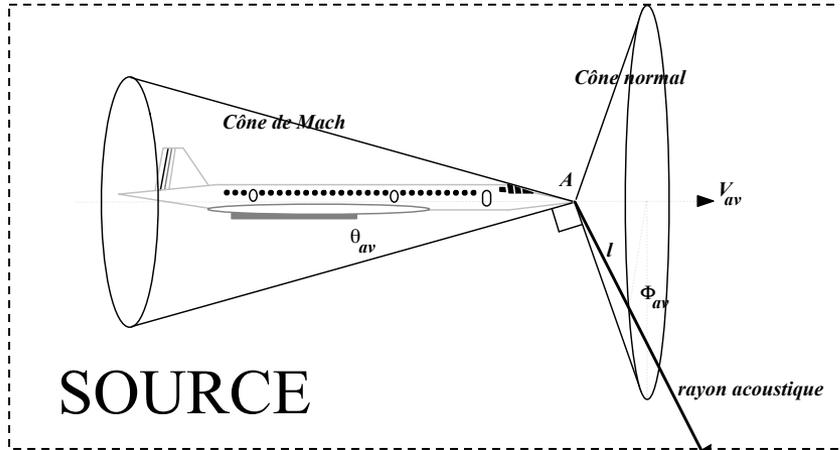
A l'ordre dominant (ω^2) : équation eikonale $c_0^2 (\nabla \psi)^2 = (1 - \vec{v}_0 \cdot \nabla \psi)^2$

Solution (Hamiltonien, principe de Fermat)

- un rayon (caractéristique de l'équation eikonale) rend le temps de parcours extrémal
- les rayons sont donnés par

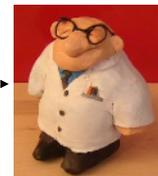
$$\frac{d\vec{x}}{dt} = c_0 + \vec{v}_0 \cdot \frac{\vec{s}}{s} \quad \frac{d\vec{s}}{dt} = -s \nabla c_0 - (\nabla \vec{v}_0) \cdot \vec{s} \quad \text{avec} \quad \vec{s} = \nabla \psi \quad \text{vecteur lenteur}$$

Résumé



Atmosphère hétérogène :
rayons = courbe
(principe de Fermat :
minimisation du temps de
parcours Source \rightarrow Obs.)

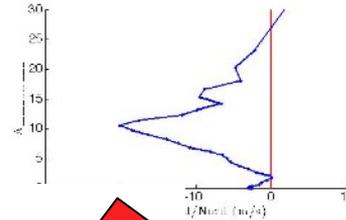
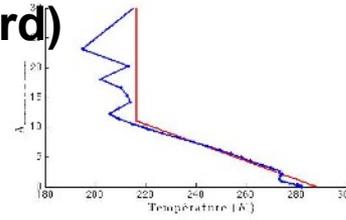
OBSERVATEUR



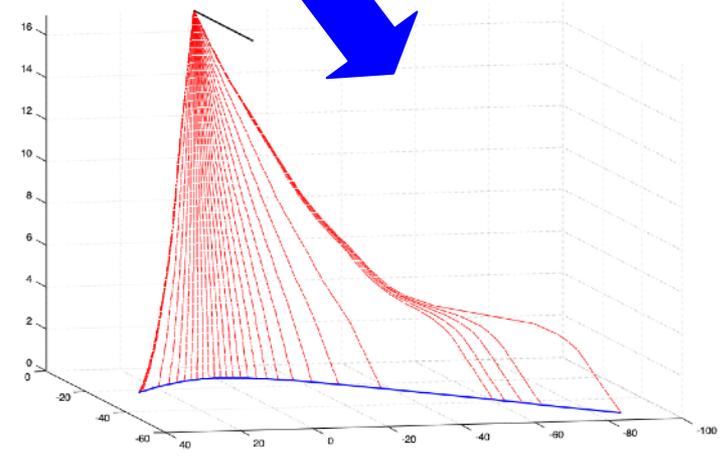
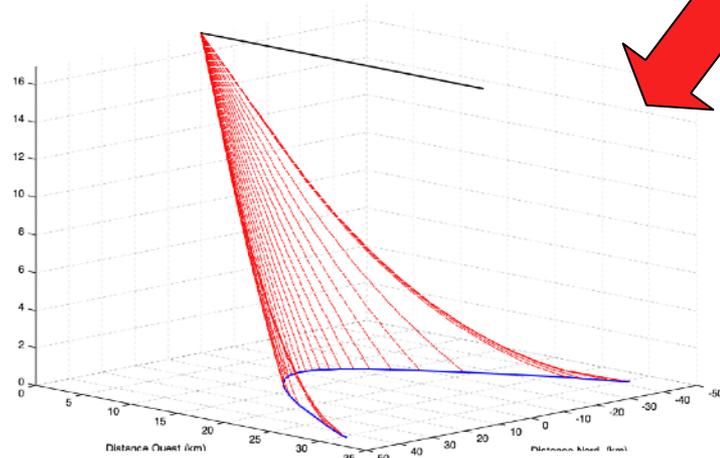
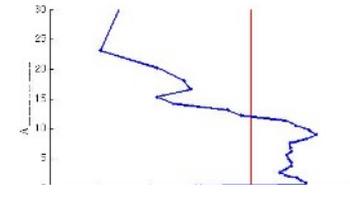
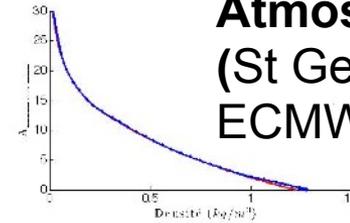
Exemple de tracé de rayons

Exemple (Mach 2, 17 km, Nord)

Atmosphère
Standard OACI
Sans vent



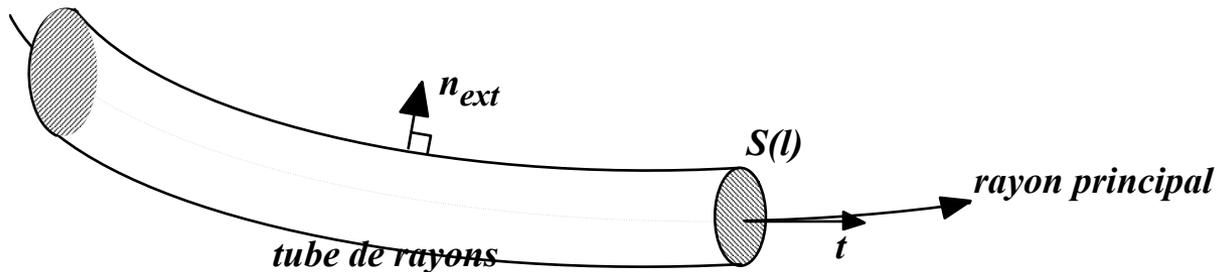
Atmosphère réelle
(St George channel,
ECMWF-ERA15, 24/01/1985)



Acoustique géométrique

A l'ordre suivant: conservation de l'énergie (cas linéaire, non-dissipatif)

$$\nabla \cdot \left(\frac{p^2 (c_0 + \vec{v}_0 \cdot \vec{n}) (c_0 \vec{n} + \vec{v}_0)}{c_0^3} \right) = 0$$



$$p^2 \frac{(c_0 + \vec{v}_0 \cdot \vec{n}) (c_0 \vec{n} + \vec{v}_0)}{c_0^3} S(l) = p^2 B(l) = Cte$$

invariant de Blokhintsev

onde plane	$B=1$
onde cylindrique (source linéique)	$B=l$
onde sphérique (source ponctuelle)	$B=l^2$
caustique	$B=0$

Acoustique géométrique NL

Cas linéaire

$$p^2(l, t - \psi(l))B(l) = Cte \qquad \frac{\partial p}{\partial l} + \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{2B} \frac{dB}{dl} p = 0$$

Vitesse du son non linéaire

$$c \rightarrow c + \beta \frac{p}{\rho_0 c_0} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial l} + \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{2B} \frac{dB}{dl} p = \frac{\beta}{\rho_0 c_0 c^2} p \frac{\partial p}{\partial t}$$

Changement de variable

$$\longrightarrow \quad \frac{\partial q}{\partial \sigma} = q \frac{\partial q}{\partial \tau} \quad \text{avec} \quad q(\sigma(l), \tau) = \sqrt{B(l)} p(l, \tau = t - \psi(l))$$

$$\sigma = \int_0^{+\infty} \frac{\beta}{\rho_0 c_0 c^2} \frac{dl}{\sqrt{B(l)}} \quad \text{variable « d'âge »}$$

onde plane	$B=1$	$\sigma = Cte \times l$	\longrightarrow effets non linéaires beaucoup plus importants pour les sources linéiques (ex bang) que ponctuelles
onde cylindrique (source linéique)	$B=l$	$\sigma = Cte \times \sqrt{l}$	
onde sphérique (source ponctuelle)	$B=l^2$	$\sigma = Cte \times \ln(l/l_0)$	
caustique	$B=0$		

... et avec l'absorption

Cas linéaire

$$\frac{\partial p}{\partial l} + \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{2B} \frac{dB}{dl} p = L(l, p)$$

Vitesse du son non linéaire

$$c \rightarrow c + \beta \frac{p}{\rho_0 c_0} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial l} + \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{2B} \frac{dB}{dl} p = \frac{\beta}{\rho_0 c_0 c^2} p \frac{\partial p}{\partial t} + L(l, p)$$

Changement de variable

$$q(\sigma(l), \tau) = \sqrt{B(l)} p(l, \tau = t - \psi(l))$$



$$\frac{\partial q}{\partial \sigma} = q \frac{\partial q}{\partial \tau} + L'(\sigma, q)$$

équation de Burgers modifiée

L'acoustique géométrique permet de prendre en compte les phénomènes de réfraction, non linéaires et d'absorption (**mais pas la diffraction !**) en se ramenant à une équation de type Burgers 1D généralisée le long de chaque rayon

Approximations paraxiales

$$\frac{D_0^2 p}{Dt^2} - \rho_0 c_0^2 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) = -2c_0^2 \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_k} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_k} + \sum_{i=1}^N \frac{D_0 \zeta_i}{Dt} - c_0^2 \tau_V \frac{D_0}{Dt} \Delta p + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{D_0^2 p^2}{Dt^2}$$

Cas le plus simple de l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla \cdot (\nabla p) = 0$$

Temps retardé dans une direction privilégiée x $\tau = t - x/c_0$

$$2c_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - c_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = 0$$

Approximation paraxiale standard
(dite « parabolique »)

$$2c_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

Approximation paraxiale grand angle
(dite de Claerbout)

$$\frac{\partial^3 p}{\partial x^2 \partial \tau} - \frac{c_0}{2} \frac{\partial^3 p}{\partial x \partial z^2} \approx 0$$

$$2c_0 \frac{\partial^3 p}{\partial x \partial \tau^2} - c_0^2 \frac{\partial^3 p}{\partial z^2 \partial \tau} - \frac{c_0^3}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z^2} = 0$$

Relations de dispersion

Equation

1) des ondes

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla \cdot (\nabla p) = 0$$

2) en temps retardé $\tau = t - x/c_0$

$$2c_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - c_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = 0$$

3) paraxiale standard

$$2c_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0$$

4) paraxiale grand angle

$$2c_0 \frac{\partial^3 p}{\partial x \partial \tau^2} - c_0^2 \frac{\partial^3 p}{\partial z^2 \partial \tau} - \frac{c_0^3}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z^2} = 0$$

...

Onde plane $p = A \exp \left[i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) \right]$

$$k_x = \pm \sqrt{k_0^2 - k_z^2}$$

$$k_x = \pm \sqrt{k_0^2 - k_z^2}$$

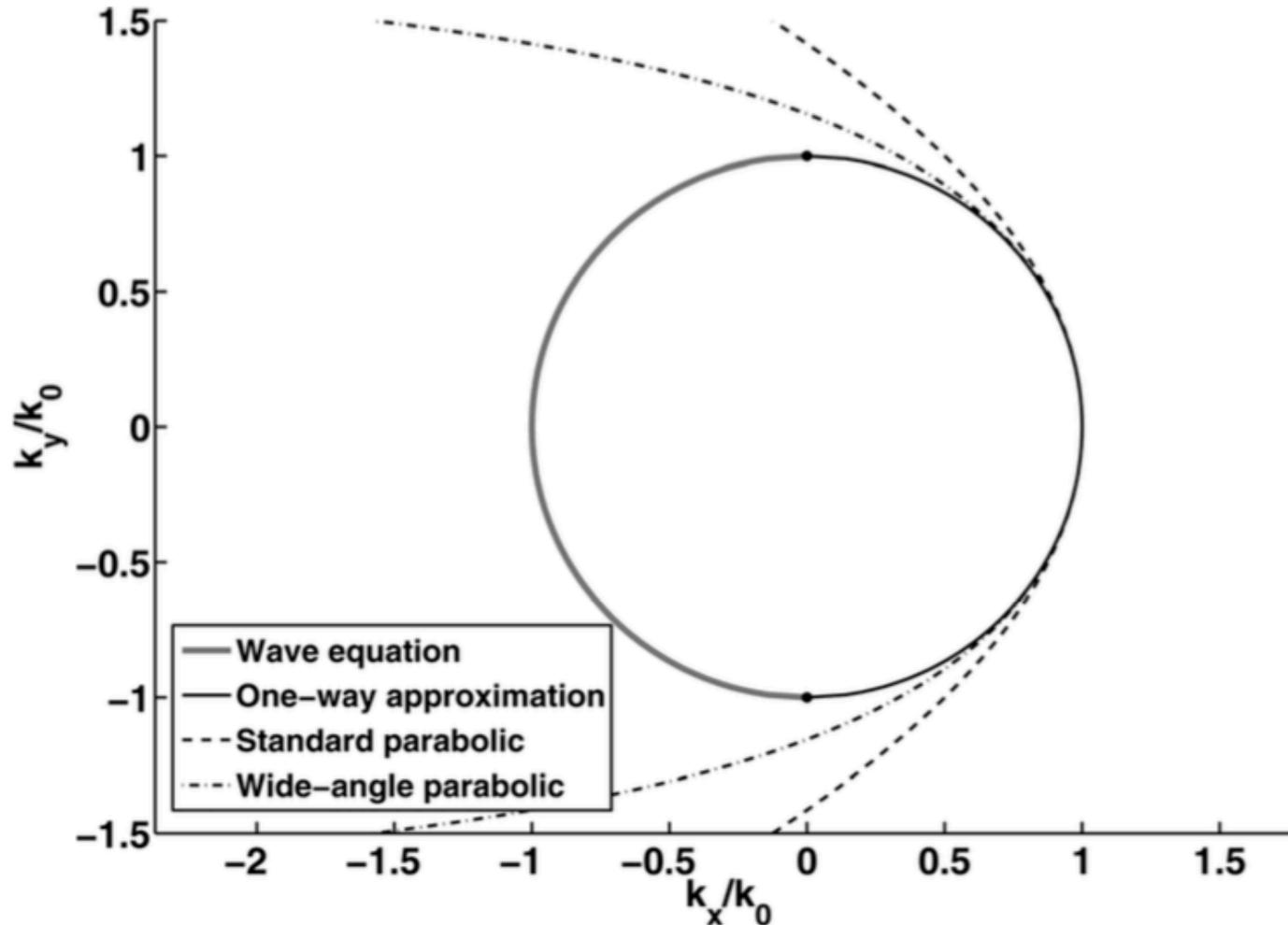
$$k_x = + k_0 \left(1 - \frac{k_z^2}{2k_0^2} \right)$$

$$k_x = + k_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{k_z^2/k_0^2}{1 - k_z^2/4k_0^2} \right)$$

(Padé (1,1))

...

Relations de dispersion



Equation KZK

$$\frac{D_0^2 p}{Dt^2} - \rho_0 c_0^2 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) = -2c_0^2 \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_k} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_k} + \sum_{i=1}^N \frac{D_0 \zeta_i}{Dt} - c_0^2 \tau_v \frac{D_0}{Dt} \Delta p + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{D_0^2 p^2}{Dt^2}$$

Cas homogène, sans vent, non linéaire, avec absorption thermovisqueuse

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \left(1 + \tau_v \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta p = \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}$$

Temps retardé dans une direction privilégiée x $\tau = t - x/c_0$

$$2c_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - c_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = -\tau_v \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + TOS$$

Approximation paraxiale standard non linéaire
(équation KZK)

$$2c_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -\tau_v \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2}$$

split-step numérique \Rightarrow

$$\Delta x \quad 2c_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -\tau_v \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3}$$

$$\Delta x \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p^2}{\partial \tau}$$

Méthode « FLHOWARD »

$$\frac{D_0^2 p}{Dt^2} - \rho_0 c_0^2 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right) = -2c_0^2 \frac{\partial v_{0j}}{\partial x_k} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_k} + \sum_{i=1}^N \frac{D_0 \zeta_i}{Dt} - c_0^2 \tau_V \frac{D_0}{Dt} \Delta p + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^2} \frac{D_0^2 p^2}{Dt^2}$$

réécrite sous la forme

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta p = S \quad \text{avec } S = \text{tout le reste (supposé « petit »} = O(M))$$

temps retardé dans une direction privilégiée x $\tau = t - x/\bar{c}_0$

$$2\bar{c}_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - \bar{c}_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = \bar{S}$$

approximation paraxiale dans S seulement

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{2}{\bar{c}_0} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + O(M)$$

$$2\bar{c}_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial \tau} - \bar{c}_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = \bar{S}_P$$

↑ seul terme avec $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$

« FLHOWARD » : exemple 2D

Exemple 2D hétérogène

on passe en potentiel (continu dans le cas de chocs) $p = \frac{\partial \phi}{\partial \tau}$

$$2\bar{c}_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial \tau} =$$

$$\bar{c}_0^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \quad \leftarrow \text{équation des ondes homogène}$$

$$+ \left(1 - \frac{\bar{c}_0^2}{c_0^2} \right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} \quad \leftarrow \text{hétérogénéité en vitesse du son}$$

$$- \frac{c_0^2}{\rho_0} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{\bar{c}_0} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \right] \quad \leftarrow \text{hétérogénéité en densité}$$

$$+ \frac{\beta}{\rho_0 \bar{c}_0^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)^2 \right] \quad \leftarrow \text{non-linéarités}$$

« FLHOWARD » : algo

Equation

Espace de résolution

Split-step

$$x \rightarrow x + \Delta x$$

$$(x, z, \tau) \rightarrow (x, k_z, \omega)$$

$$2\bar{c}_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial \tau} = \bar{c}_0^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right)$$

(équation des ondes homogène)
solution analytique par décomposition
ondes planes + one-way

$$(x, k_z, \omega) \rightarrow (x, z, \omega)$$

différences finies centrées ordre 2

$$+ \left(1 - \frac{\bar{c}_0^2}{c_0} \right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2}$$

$$- \frac{c_0^2}{\rho_0} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{\bar{c}_0} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \right]$$

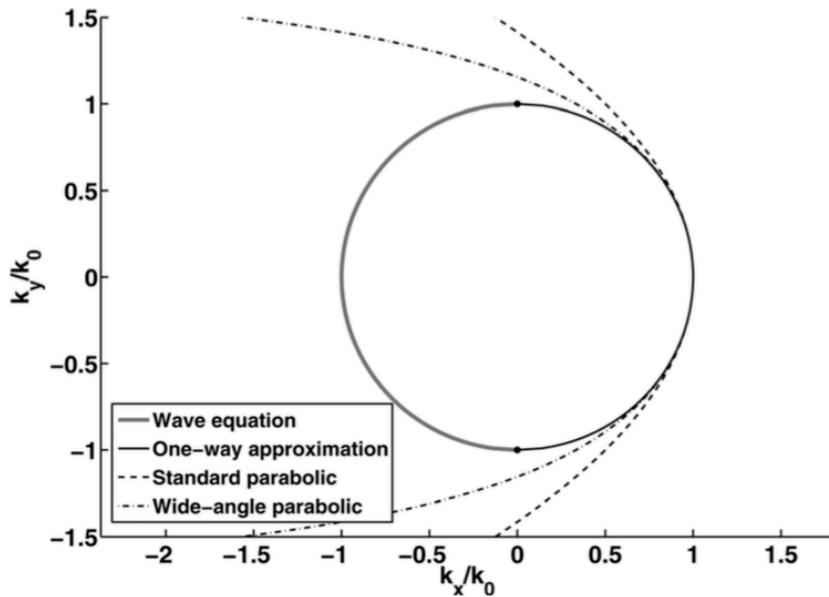
$$(x, z, \omega) \rightarrow (x, z, \tau)$$

non-linéarités
méthode de Burgers-Hayes

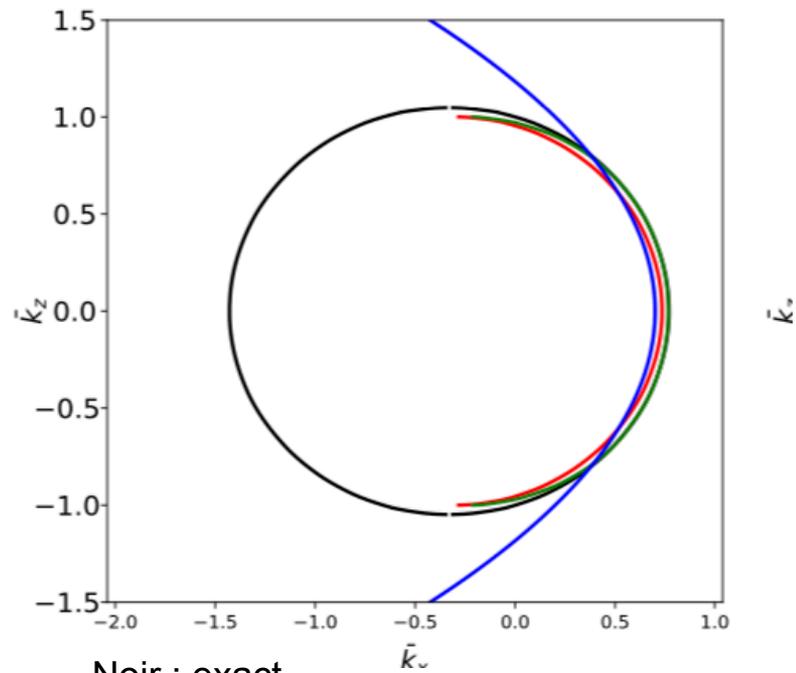
$$\frac{\beta}{\rho_0 \bar{c}_0^2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)^2 \right]$$

« FLHOWARD » : relation de dispersion

Cas homogène

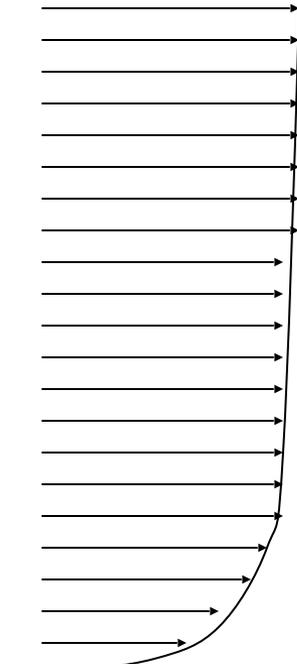


Cas avec écoulement uniforme ($M=0.3$)



« FLHOWARD » : exemple 1

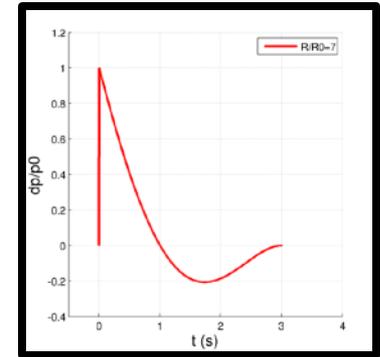
Vent cisailé CLT 16 m/s



4°

400 Pa - 50 Hz

170 m



Sol rigide

(Gallin et al., JASA, 2014)

« FLHOWARD » : exemple 1

Vidéos

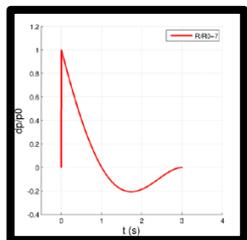
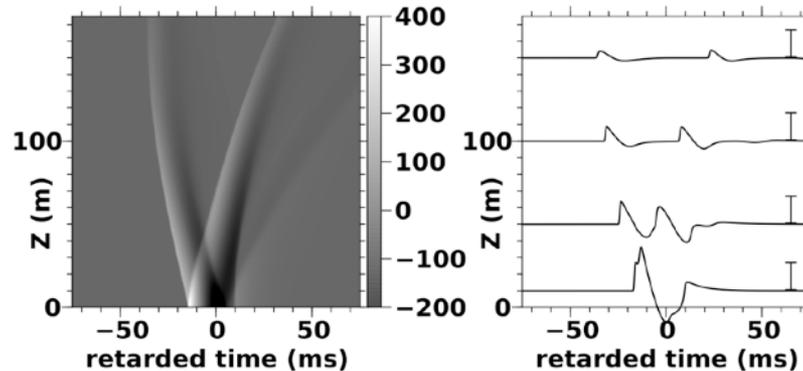
StrongWindNegatif.avi

StrongWindPositif.avi

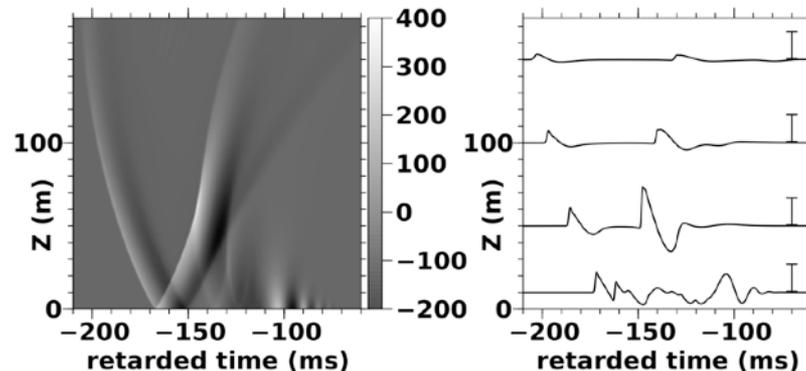
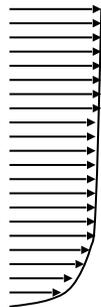
« FLHOWARD » : exemple 1

1360 m

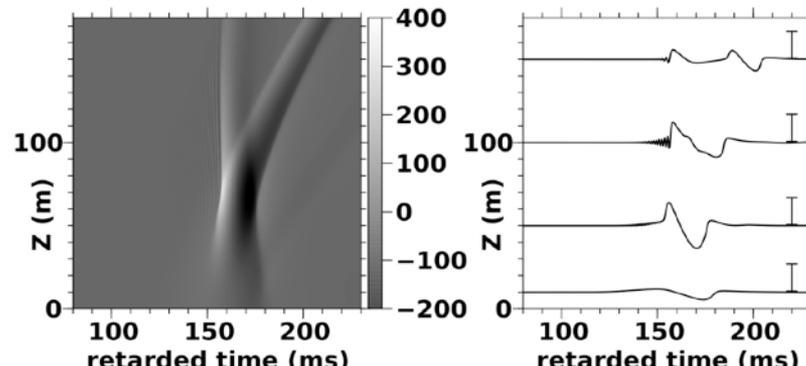
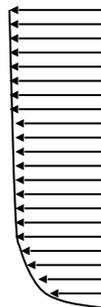
Sans vent



Vent portant



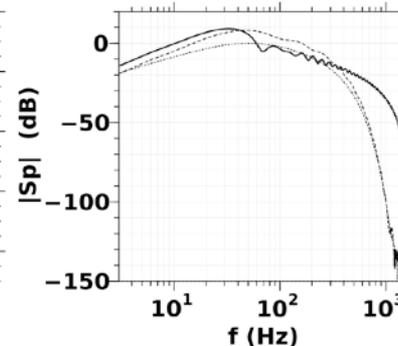
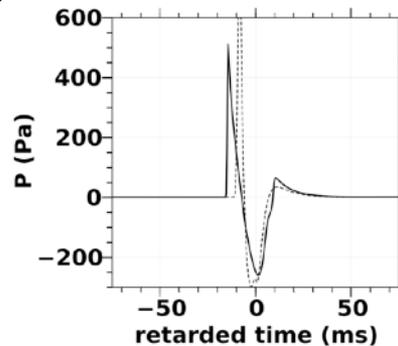
Vent contraire



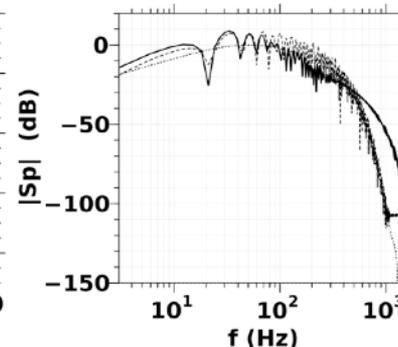
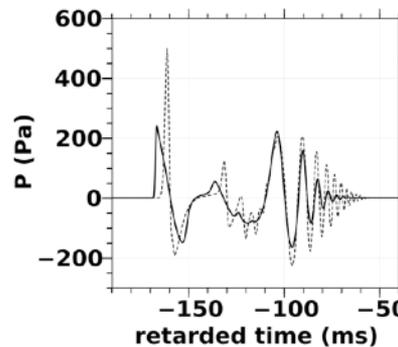
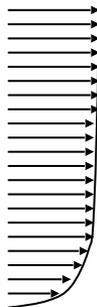
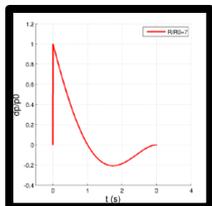
« FLHOWARD » : exemple 1

1360 m

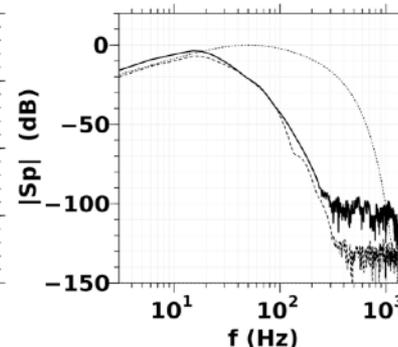
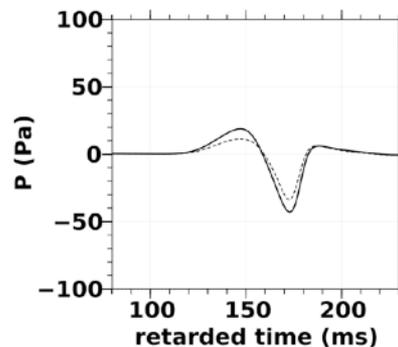
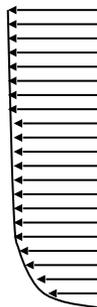
Sans vent



Vent portant



Vent contraire



linéaire (.....) vs non linéaire (——)

AU SOL

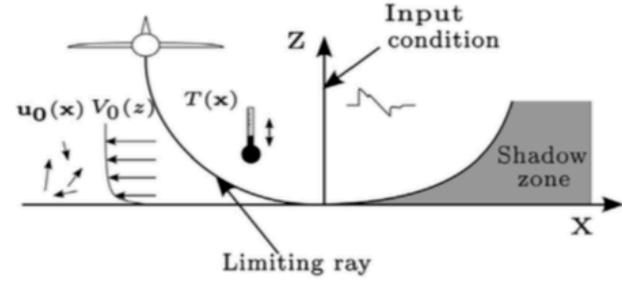
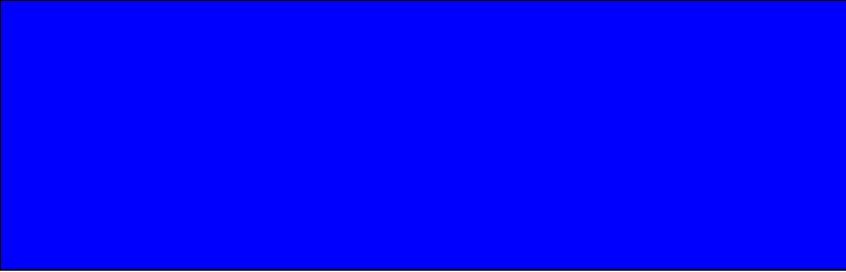
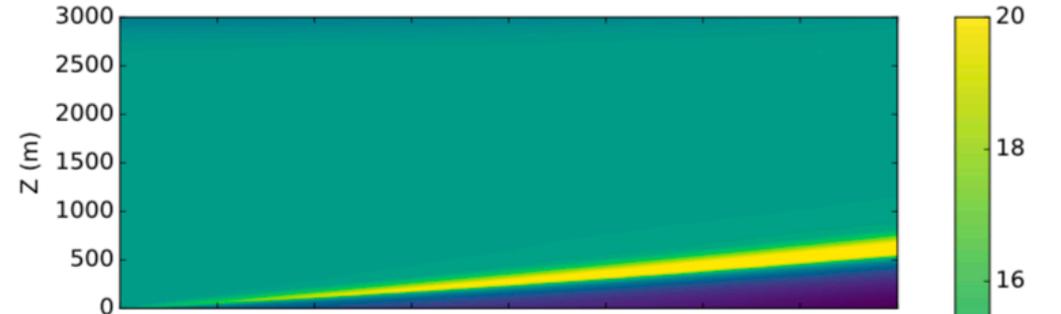
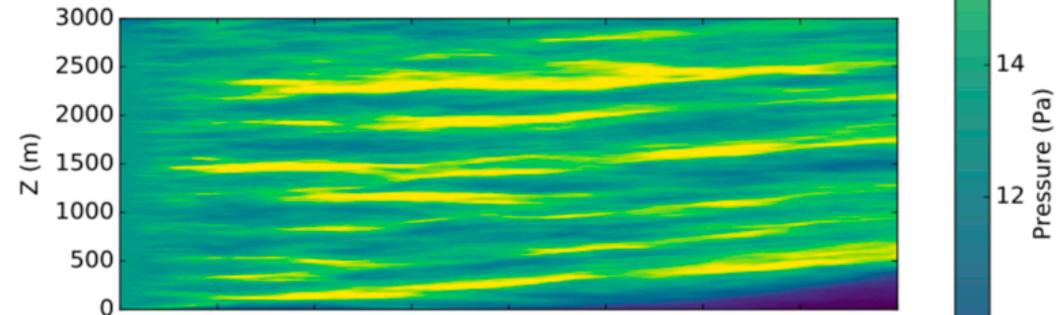


Fig. 10. Physical setup for the sonic boom at lateral cutoff.

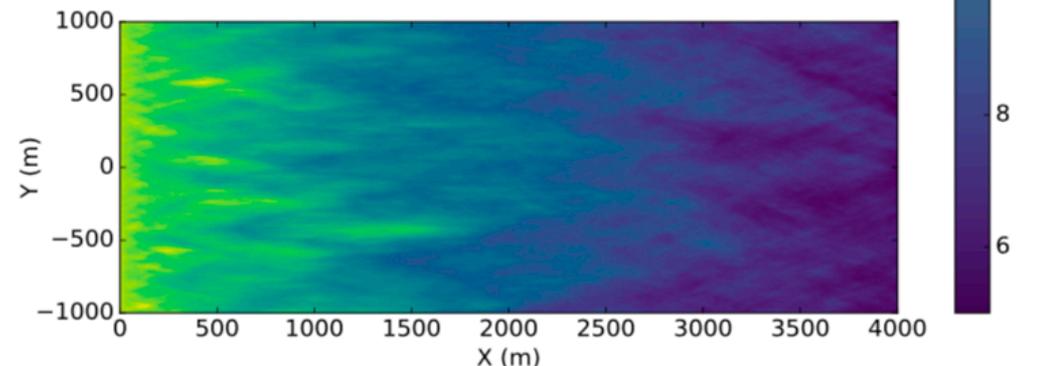
plan vertical
sans turbulence



plan vertical
avec turbulence



plan horizontal
avec turbulence



Conclusion

Un grand nombre de sources aériennes, anthropiques ou naturelles

Anthropiques : localisation, réduction des nuisances

Naturelles : localisation, caractérisation, observations géophysiques

Mécanismes: réfraction, absorption, et au moins localement diffraction et non-linéarités

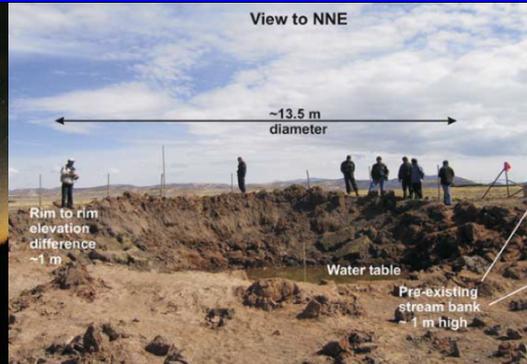
Equation des ondes généralisée

Méthode « opérationnelle » (rayons) mais limitée (caustiques, zones d'ombre)

Approximations paraxial fréquemment utilisées

Pb « maths »: existence/unicité, convergence des approximations, des algos numériques

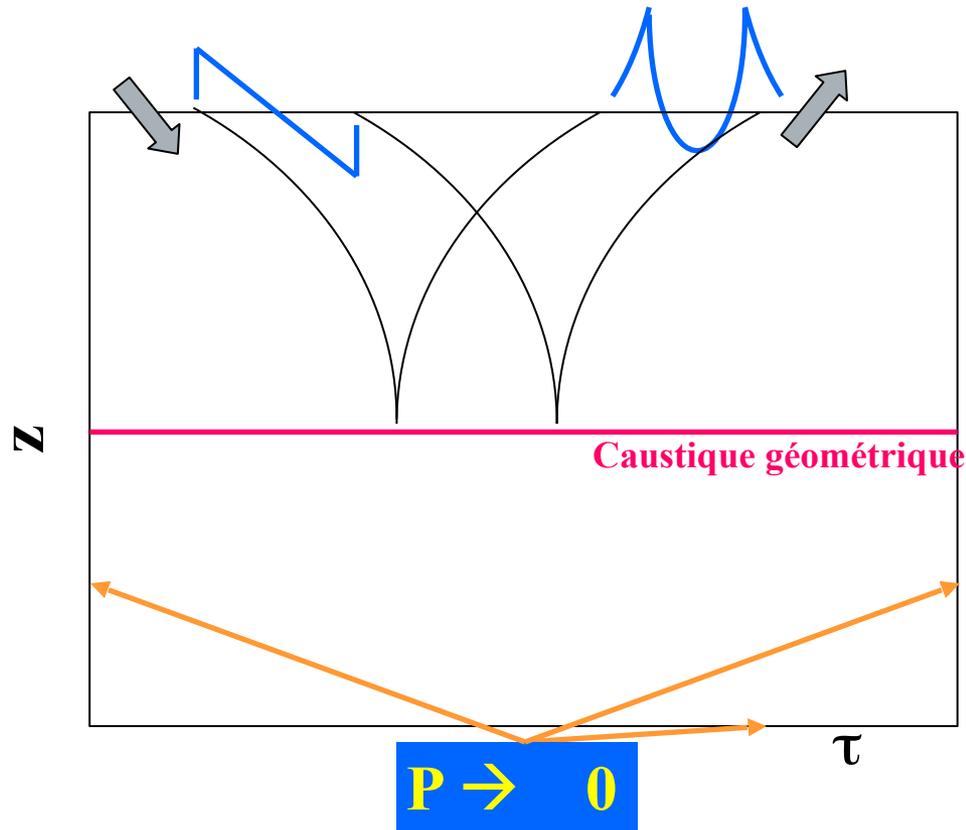
Merci de votre attention !



Equation de Tricomi non linéaire

F: Onde entrante

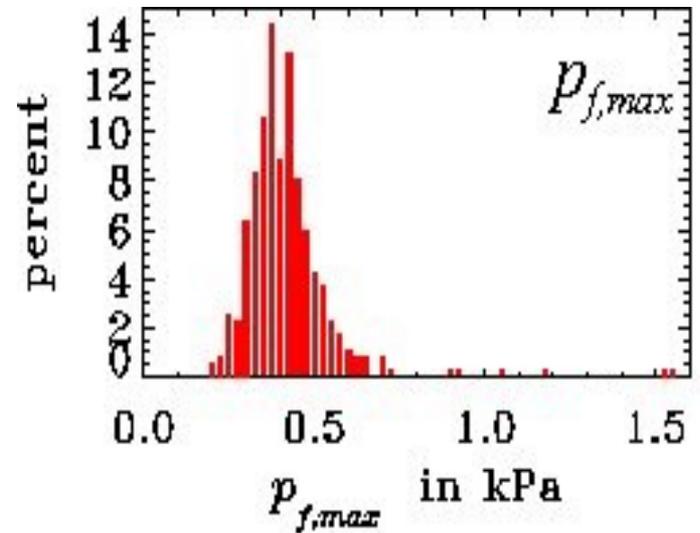
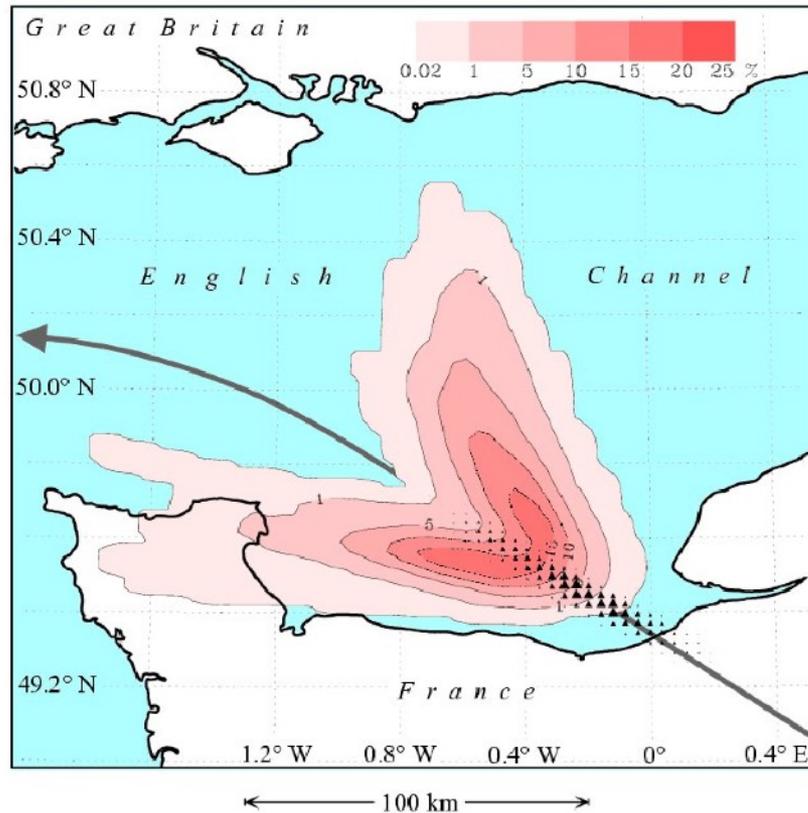
G: Onde sortante



Tricomi NL
(Airy + NL)

(Guiraud, J. Mécanique, 1965)

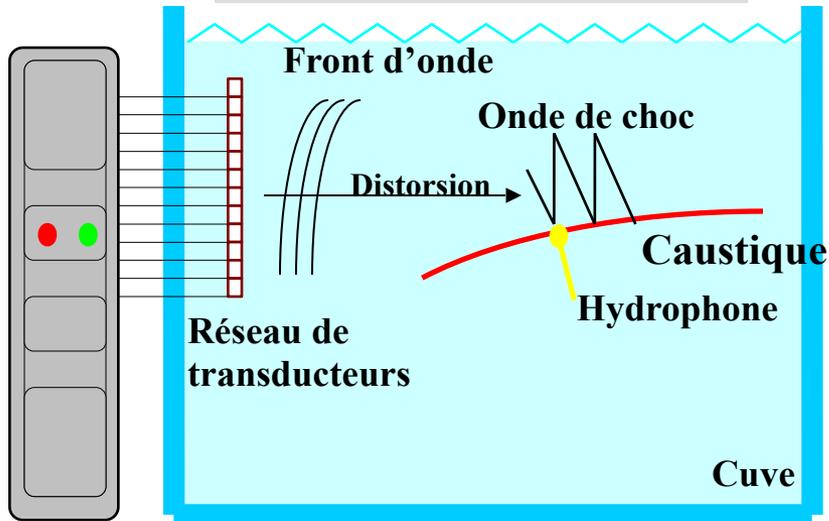
Superbang : localisation et variabilité



(Blumrich, Heimann & Coulouvrat, JASA, 2005)

Le superbang dans l'eau

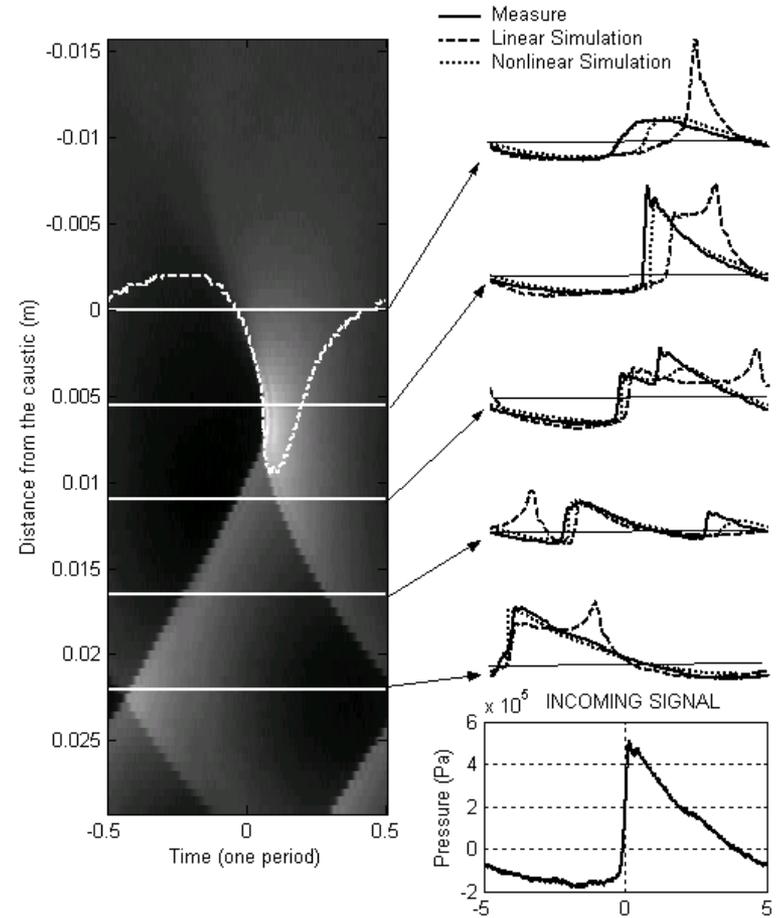
Dispositif expérimental



Electronique programmable

Similitude 1:100.000^{ème}

Comparaison théorie / expérience



(Marchiano, Thomas & Coulouvrat, PRL, 2003)