

3.10pt





Henri Poincaré,  
je doute donc je construis

Damien Gayet  
Université Lyon 1

Agora des Savoires  
23 janvier 2013



*Non seulement la science ne peut nous faire connaître la nature des choses, mais rien n'est capable de nous la faire connaître.*



*Cette affirmation : « la terre tourne » n'a aucun sens, puisqu'aucune expérience ne permettra de la vérifier.*



Partie I

# Le dernier des savants universels



Henri Poincaré  
Nancy 1854 - Paris 1912





- ▶ 1854 : fils d'Eugénie Launois et de Léon Poincaré, auteur de :





▶ 1854 : fils d'Eugénie  
Launois et de Léon  
Poincaré, auteur de :

- *De l'ophtalmie purulente  
du nouveau-né*
- *Recherches sur l'origine  
et le siège de l'amidon  
animal*



▶ 1854 : fils d'Eugénie Launois et de Léon Poincaré, auteur de :

- *De l'ophtalmie purulente du nouveau-né*
- *Recherches sur l'origine et le siège de l'amidon animal*
- *Dangers de la fabrication des objets en carton vernissés et laqués*



► 1854 : fils d'Eugénie Launois et de Léon Poincaré, auteur de :

- *De l'ophtalmie purulente du nouveau-né*
- *Recherches sur l'origine et le siège de l'amidon animal*
- *Dangers de la fabrication des objets en carton vernissés et laqués*
- *Contaminations des cours d'eau par les soudières*

- ▶ 1871 : baccalauréat ès lettres, mention Bien, puis baccalauréat ès sciences avec 0 en mathématiques!







Henri Poincaré



Marcel Bonnefoy (1854-1881)



3 Août.

Ma chère maman,

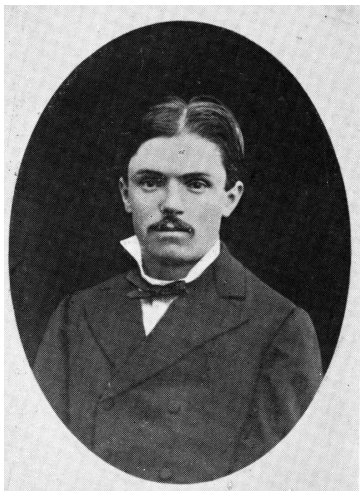
J'ai 19 en Ellynique; je suis dégoûté  
des biens de ce monde;

nous avons reçu lundi notre  
photo de julle qui n'est pas très bien moi j'ai l'air  
d'une croûte de pain derrière une malle;

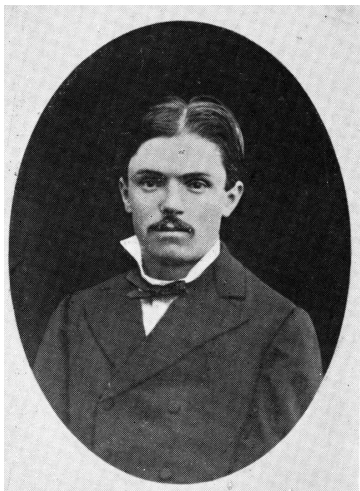




Louis Béroud, *L'escalier de l'Opéra*, 1877

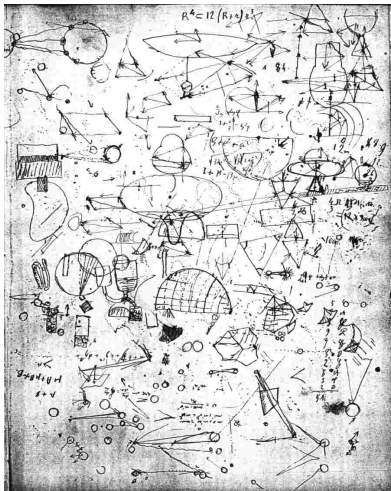
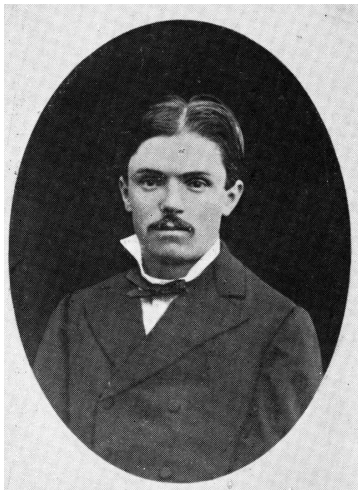


▶ 1875 : second à la sortie de Polytechnique



- ▶ 1875 : second à la sortie de Polytechnique
- ▶ 1875-1879 : École des Mines





- ▶ 1875 : second à la sortie de Polytechnique
- ▶ 1875-1879 : École des Mines













- ▶ 1881 : épouse  
Louise Poulain d'Andecy (1857-1934),  
arrière-petite fille  
d'Étienne Geoffroy Saint-Hilaire (1772-1844)

Bon doudoux que j'aime, je viens de recevoir  
ta lettre.



Bon doudoux que j'aime, je viens de recevoir  
ta lettre.

Et le grand prophète, qu'il illumine, dont  
l'œil vers l'intérieur regarde en nous montrant  
des blancs cheurs troublantes, à la face gruyèreuse  
fortiuleux de la jambe, derrière sa porte

Bon doudoux que j'aime, je viens de recevoir  
ta lettre.

Et le grand prophète, qu'il illumine, dont  
l'œil vers l'intérieur regarde en nous montrant  
des blancs chers troublants, à la face gruyère forme  
fortiuleux de la jambe, derrière sa porte

Cahours sorti - Pétigot campagne  
A Gaudry sorti - Pastens id.  
Vain Tieghem id - Vulpian  
id.

Mon bon chéri mes une  
gentille j't'adore

- ▶ Jeanne (1887), Yvonne (1889), Henriette (1891), et Léon (1893).









EDVARD PHRAGMÉN

1863 - 1937

# *Films*



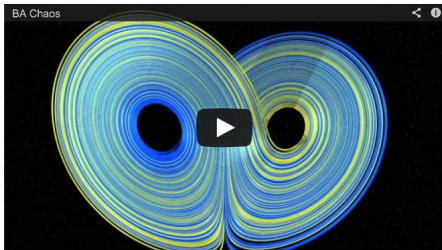
## *Films*

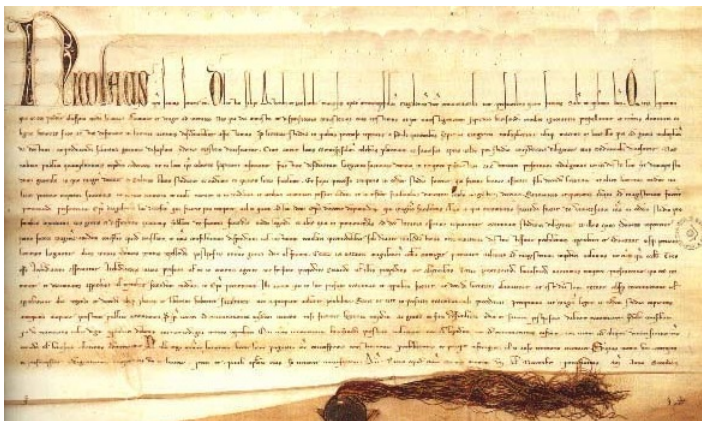
- ▶ Davide L. Ferrario

## *Films*

- ▶ Davide L. Ferrario
- ▶ Jos Leys, Étienne Ghys, et Aurélien Alvarez

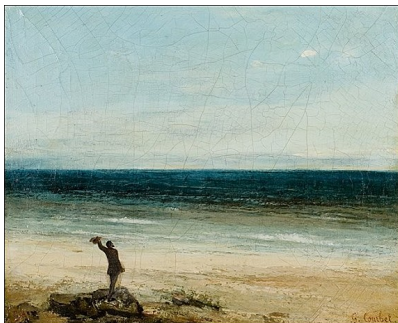
### CHAOS UNE AVENTURE MATHÉMATIQUE





## Bulle de Nicolas IV fondant l'Université de Montpellier en 1289

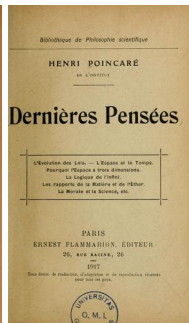
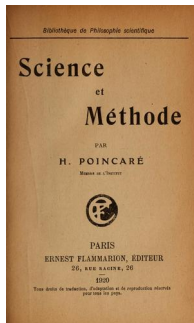
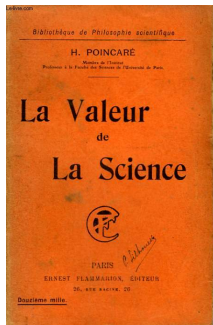
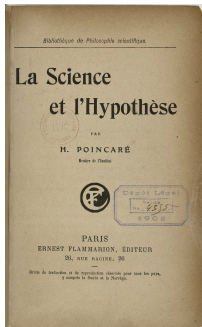
*Vous aurez eu sans doute connaissance par les journaux des discours prononcés dans les banquets qui ont eu lieu à Montpellier. Darboux raconte que dans le dernier de ces banquets, celui de Palavas, aucun des discours publiés n'a été prononcé. Les vins délicieux du midi avaient été servis avec une telle profusion, et les convives depuis les simples étudiants jusqu'aux personnages officiels y avaient si bien fait honneur, que personne n'était plus en état de parler, ni d'écouter.*



*Vous aurez eu sans doute connaissance par les journaux des discours prononcés dans les banquets qui ont eu lieu à Montpellier. Darboux raconte que dans le dernier de ces banquets, celui de Palavas, aucun des discours publiés n'a été prononcé. Les vins délicieux du midi avaient été servis avec une telle profusion, et les convives depuis les simples étudiants jusqu'aux personnages officiels y avaient si bien fait honneur, que personne n'était plus en état de parler, ni d'écouter.*

- ▶ 1893 : Bureau des Longitudes
- ▶ 1897 : Académie Royale des Sciences physiques et mathématiques de Naples
- ▶ 1900 : Médaille d'or de la Société Royale Astronomique de Londres.
- ▶ 1900 : président du Congrès des mathématiciens
- ▶ 1901 : président de la Société astronomique de France
- ▶ 1902 : président de la Société physique de France
- ▶ proposé plusieurs fois pour le Prix Nobel de physique
- ▶ 1905 : Commandeur de 1ère classe de l'Étoile Polaire de Suède
- ▶ 1906 : président de l'Académie des sciences
- ▶ 1908 : Académie française

- ▶ 1910 : docteur honoris causa en médecine et chirurgie de l'Université de Berlin.
- ▶ 1911 : Comité de l'exploitation technique des Chemins de fer



En 1925 : 40000, 32000, 22000, 16000 exemplaires !



ENQUÊTE MÉDICO-PSYCHOLOGIQUE

SUR LA SUPÉRIORITÉ INTELLECTUELLE

---

★★

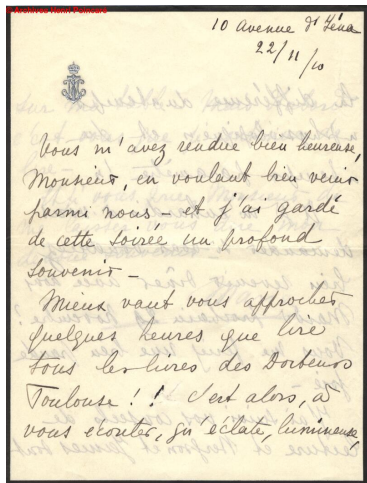
HENRI POINCARÉ

PAR

LE D<sup>r</sup> TOULOUSE

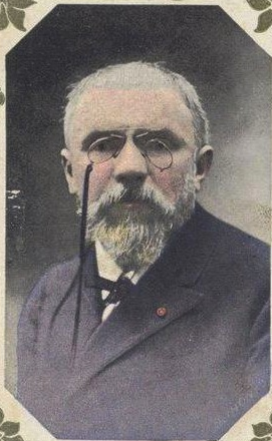






Marie Bonaparte (1882-1962)

CHOCOLAT GUÉRIN-BOUFRON



469. Henri Poincaré, Académie-Franç.

# Mathématiques: le prestigieux Prix Poincaré 2012 récompense deux jeunes Françaises

Créé le 06-08-2012 à 17h55 - Mis à jour à 18h32

Mots-clés : mathématiques, récompenses, Science, physique

PARTAGER



RÉAGIR



Abonnez-vous au



# Mathématiques: le prestigieux Prix Poincaré 2012 récompense deux jeunes Françaises

Créé le 06-08-2012 à 17h55 - Mis à jour à 18h32

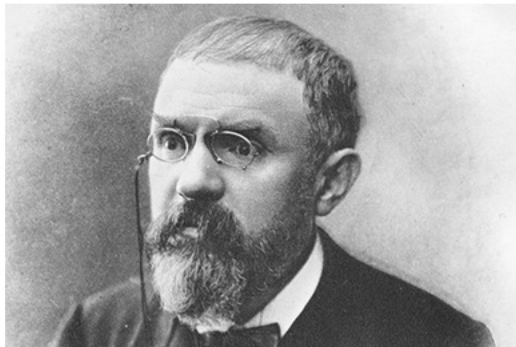
Mots-clés : mathématiques, récompenses, Science, physique

PARTAGER



RÉAGIR 1

Abonnez-vous au



# Les lauréates du prix Henri Poincaré 2012



Nalini Anantharaman

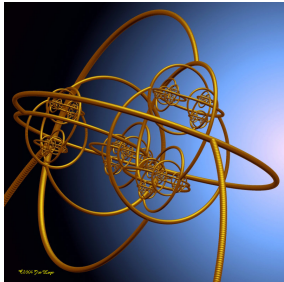


Sylvia Serfaty



## Partie II

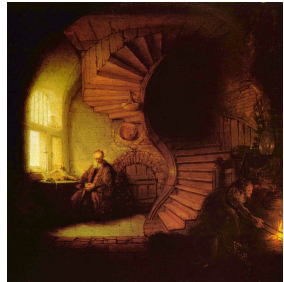
# L'oeuvre d'un génie



Mathématiques

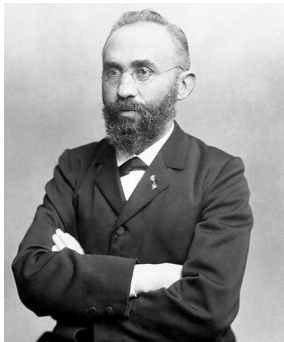


Physique



Philosophie

# Relativité restreinte



Hendrik Lorentz



Henri Poincaré



Albert Einstein



*Il faut que la terre ait la forme sphérique. En effet, chacune de ses parcelles est douée de poids et tend au centre de l'Univers ; si une parcelle moins pesante est poussée par une parcelle plus pesante, elle ne saurait s'échapper, mais, bien plutôt, elle se trouve comprimée ; l'une cède à l'autre jusqu'à ce qu'elle soit parvenue au centre même.*

*Aristote, Traité du Ciel*

*Il faut que la terre ait la forme sphérique. En effet, chacune de ses parcelles est douée de poids et tend au centre de l'Univers ; si une parcelle moins pesante est poussée par une parcelle plus pesante, elle ne saurait s'échapper, mais, bien plutôt, elle se trouve comprimée ; l'une cède à l'autre jusqu'à ce qu'elle soit parvenue au centre même.*

Aristote, *Traité du Ciel*

- ▶ La forme de la Terre est causée par la gravité

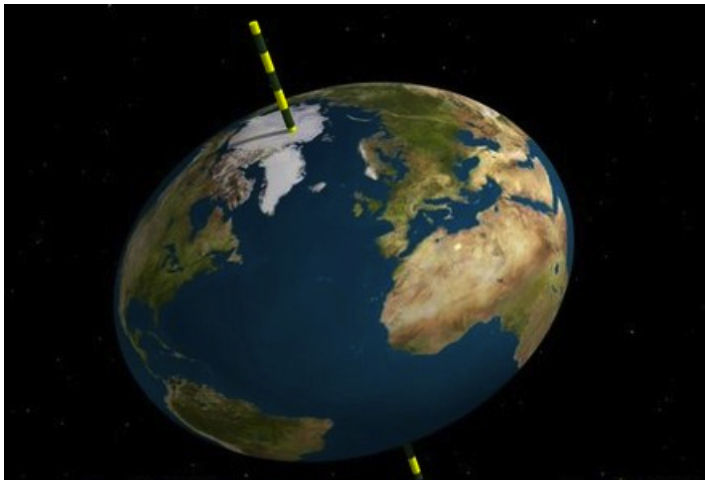
*Il faut que la terre ait la forme sphérique. En effet, chacune de ses parcelles est douée de poids et tend au centre de l'Univers ; si une parcelle moins pesante est poussée par une parcelle plus pesante, elle ne saurait s'échapper, mais, bien plutôt, elle se trouve comprimée ; l'une cède à l'autre jusqu'à ce qu'elle soit parvenue au centre même.*

Aristote, *Traité du Ciel*

- ▶ La forme de la Terre est causée par la gravité
- ▶ La forme globale est comprise par des arguments locaux



Isaac Newton  
1642 Woolsthorpe - 1727 Kensington



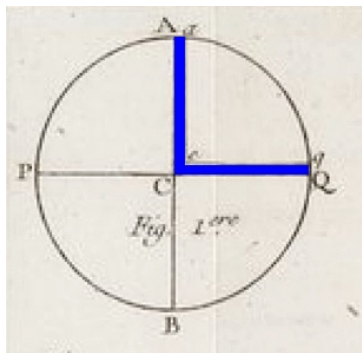


## PROPOSITION XVIII. THÉORÈME XVI.

*Les axes des planettes sont plus petits que les rayons de leurs équateurs.*

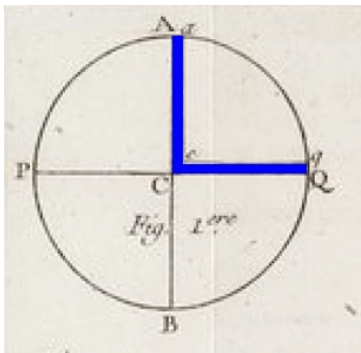
## PROPOSITION XVIII. THÉORÈME XVI.

*Les axes des planettes sont plus petits que les rayons de leurs équateurs.*



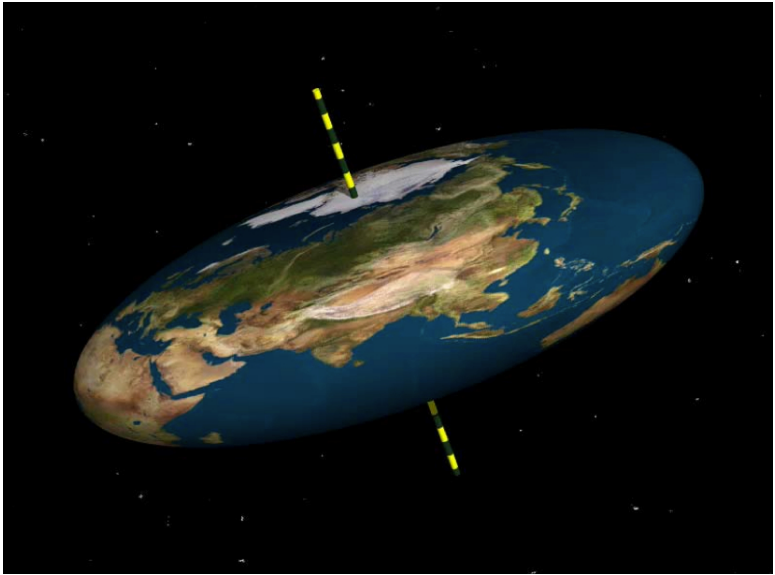
## PROPOSITION XVIII. THÉORÈME XVI.

*Les axes des planettes sont plus petits que les rayons de leurs équateurs.*



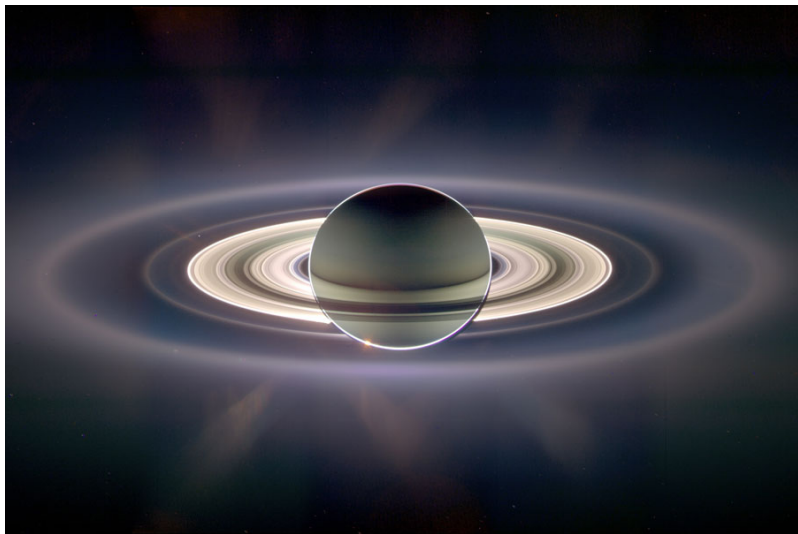


Carl Jacobi  
1804 Postdam - 1851 Berlin





Édouard Roche  
1804 Montpellier - 1883 Montpellier



# ACADÉMIE

des Sciences et Lettres de Montpellier.

---

Éd. ROCHE. — Mémoire sur la figure d'une masse fluide, soumise à l'attraction d'un point éloigné. (1<sup>re</sup> Partie.)..... 243



# ACADÉMIE

des Sciences et Lettres de Montpellier.

---

- Éd. ROCHE. — Mémoire sur la figure d'une masse fluide, soumise à l'attraction d'un point éloigné. (1<sup>re</sup> Partie.)..... 243
- Marcel de SERRES. — De la source de l'Abysse et de la fontaine d'Embressac, dans les environs de Balaruc (Hérault)..... 292

# ACADÉMIE

des Sciences et Lettres de Montpellier.

---

- Éd. ROCHE. — Mémoire sur la figure d'une masse fluide, soumise à l'attraction d'un point éloigné. (1<sup>re</sup> Partie.)..... 243
- Marcel de SERRES. — De la source de l'Abyssa et de la fontaine d'Embressac, dans les environs de Balaruc (Hérault)..... 262
- Frédéric de GIRARD. — Sur les moyens à employer pour prévenir le développement de la muscardine..... 275

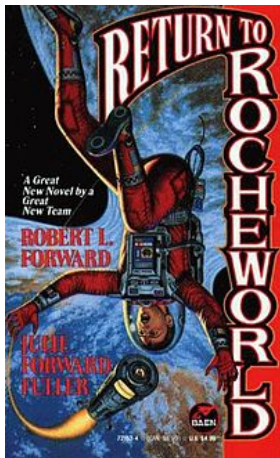
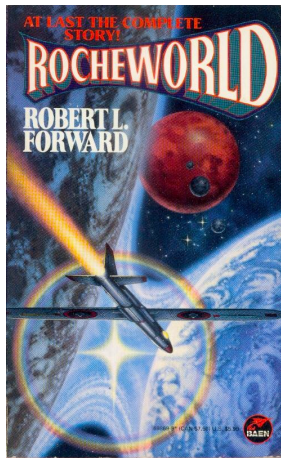
# ACADÉMIE

des Sciences et Lettres de Montpellier.

- Éd. ROCHE. — Mémoire sur la figure d'une masse fluide, soumise à l'attraction d'un point éloigné. (1<sup>re</sup> Partie.)..... 243
- Marcel de SERRES. — De la source de l'Abyssa et de la fontaine d'Embressac, dans les environs de Balaruc (Hérault)..... 262
- Frédéric de GIRARD. — Sur les moyens à employer pour prévenir le développement de la muscardine..... 275









SUR L'ÉQUILIBRE D'UNE MASSE FLUIDE  
ANIMÉE D'UN MOUVEMENT DE ROTATION

PAR

H. POINCARÉ  
À PARIS.

# La méthode Poincaré



# La méthode Poincaré

- ▶ Oublier le problème

Considérons d'abord le cas où il s'agit d'un équilibre absolu et d'un système dont la position est définie par  $n$  quantités  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

# La méthode Poincaré

- ▶ Oublier le problème

Considérons d'abord le cas où il s'agit d'un équilibre absolu et d'un système dont la position est définie par  $n$  quantités  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

- ▶ Désacraliser la vitesse de la Terre

Je supposerai qu'outre les quantités  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , il entre dans la fonction  $F$  un paramètre variable  $y$ , de telle sorte que les valeurs des  $x$  qui correspondent à l'équilibre dépendent de ce paramètre  $y$ .

# La méthode Poincaré

- ▶ Oublier le problème

Considérons d'abord le cas où il s'agit d'un équilibre absolu et d'un système dont la position est définie par  $n$  quantités  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

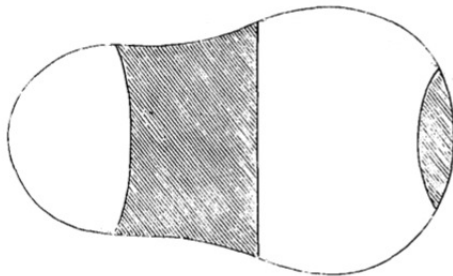
- ▶ Désacraliser la vitesse de la Terre

Je supposerai qu'outre les quantités  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , il entre dans la fonction  $F$  un paramètre variable  $y$ , de telle sorte que les valeurs des  $x$  qui correspondent à l'équilibre dépendent de ce paramètre  $y$ .

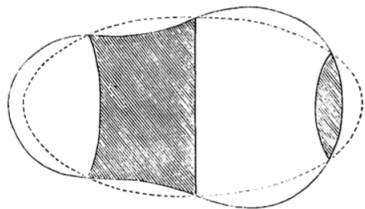
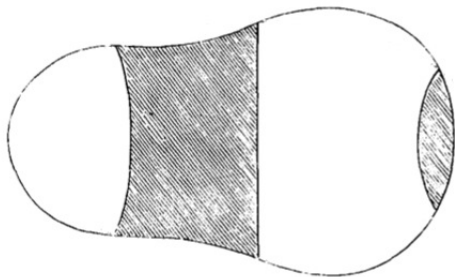
- ▶ Changer la nature du problème

quand  $y$  variera d'une façon continue, ces solutions varieront elles-mêmes d'une façon continue de manière à former diverses *séries linéaires de formes d'équilibre*.

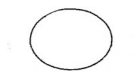
# La poire sur le gâteau céleste



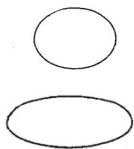
# La poire sur le gâteau céleste



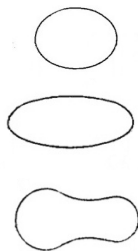
# Une étoile est née



# Une étoile est née

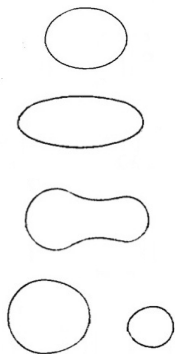


# Une étoile est née

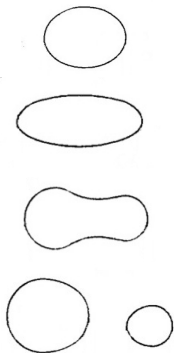




# Une étoile est née



# Une étoile est née



*Il est possible que ce soit là l'origine des étoiles doubles.*



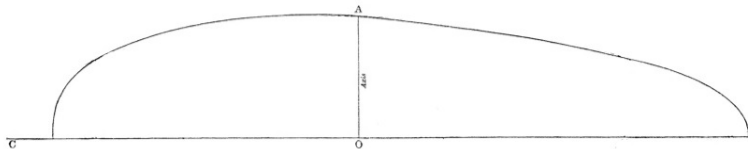
Albireo A et B



George Darwin (1845-1912)



George Darwin (1845-1912)



La bonne poire

jpg



Étienne Ghys



Jos Leys

# L'infini en 100 pages

On en connaît depuis longtemps deux solutions: l'ellipsoïde de révolution et l'ellipsoïde à trois axes inégaux de JACOBI. Je me propose d'établir qu'il y en a une infinité d'autres.



# Naissance mathématique d'une galaxie



# Une galaxie, un gaz comme un autre

En un mot, aux yeux d'un géant pour qui nos Soleils seraient pour nous nos atomes, la Voie Lactée ne semblerait qu'une bulle de gaz.

# Une galaxie, un gaz comme un autre



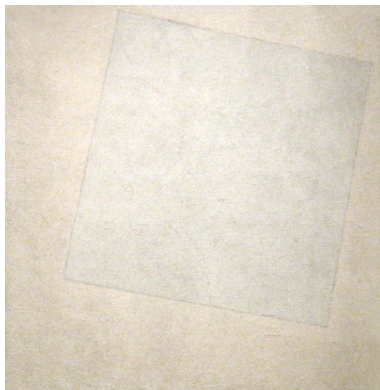
En un mot, aux yeux d'un géant pour qui nos Soleils seraient pour nous nos atomes, la Voie Lactée ne semblerait qu'une bulle de gaz.



*La mathématique est l'art de donner  
le même nom à des choses différentes.*

# Partie III

## L'espace d'un doute





*Cette affirmation : « la terre tourne » n'a aucun sens, puisqu'aucune expérience ne permettra de la vérifier ;*



*Cette affirmation : « la terre tourne » n'a aucun sens, puisqu'aucune expérience ne permettra de la vérifier ;*

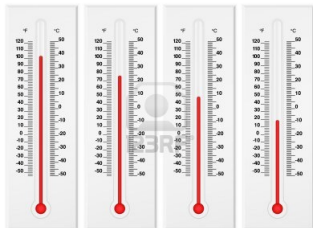
*Poincaré, qui est le plus grand mathématicien du siècle, donne tort à l'obstination de Galilée*

L'évêque Bolo

# Hyperboland

*Supposons, par exemple, un monde renfermé dans une grande sphère et soumis aux lois suivantes : La température n'y est pas uniforme ; elle est maxima au centre, et elle diminue à mesure qu'on s'en éloigne, pour se réduire au zéro absolu quand on atteint la sphère où ce monde est renfermé. [...] Je supposerai de plus que, dans ce monde, tous les corps aient même coefficient de*

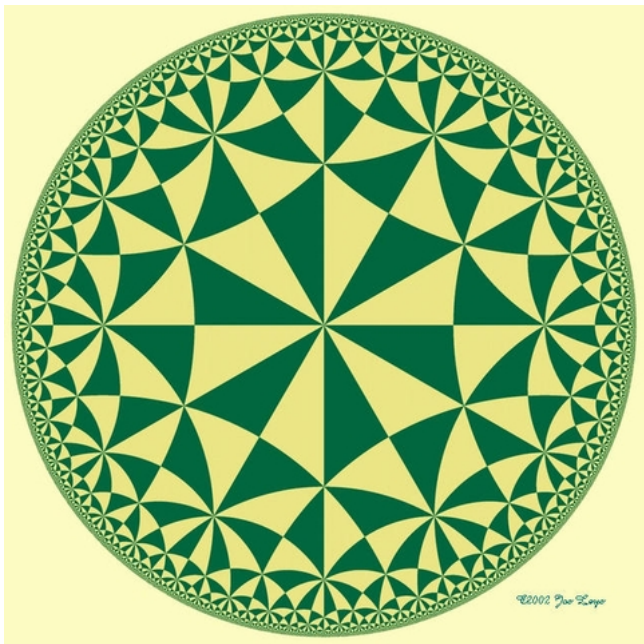
*dilatation, de telle façon que la longueur d'une règle quelconque soit proportionnelle à sa température absolue.*

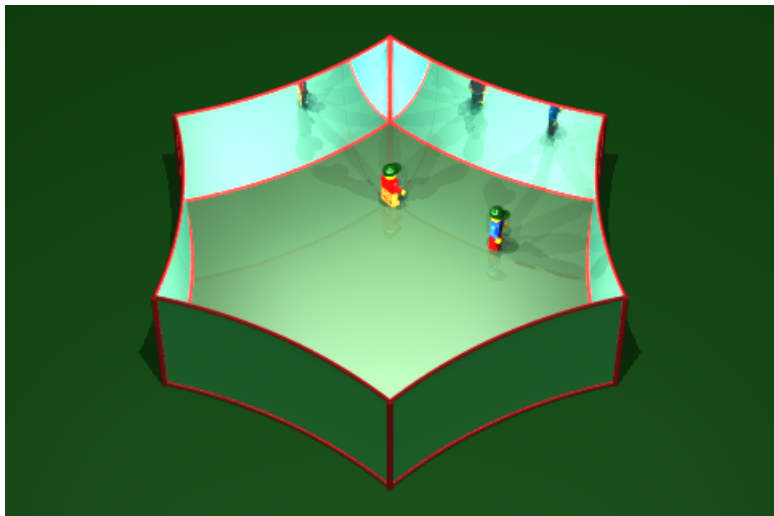




*Observons d'abord que, si ce monde est limité du point de vue de notre géométrie habituelle, il paraîtra infini à ses habitants. Quand ceux-ci, en effet, veulent se rapprocher de la sphère limite, ils se refroidissent et deviennent de plus en plus petits. Les pas qu'ils font sont donc aussi de plus en plus petits, de sorte qu'ils ne peuvent jamais atteindre la sphère limite.*

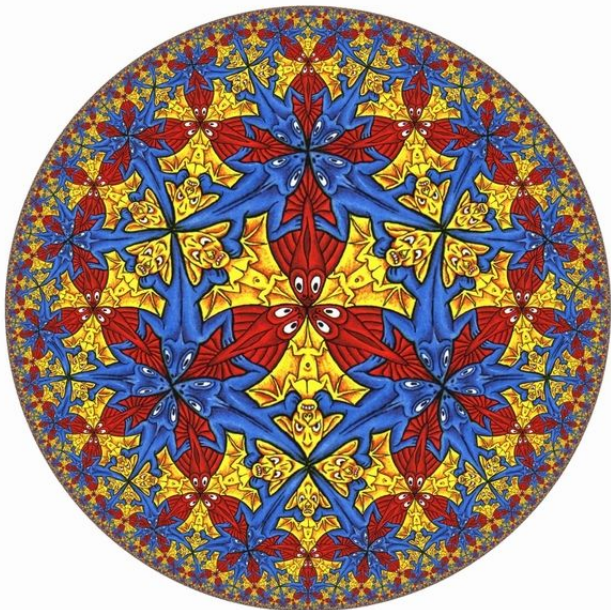
## Film *Petites voitures*

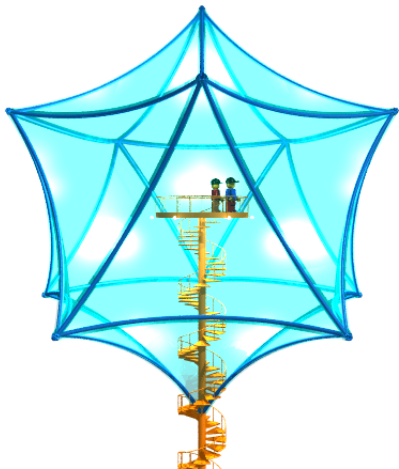




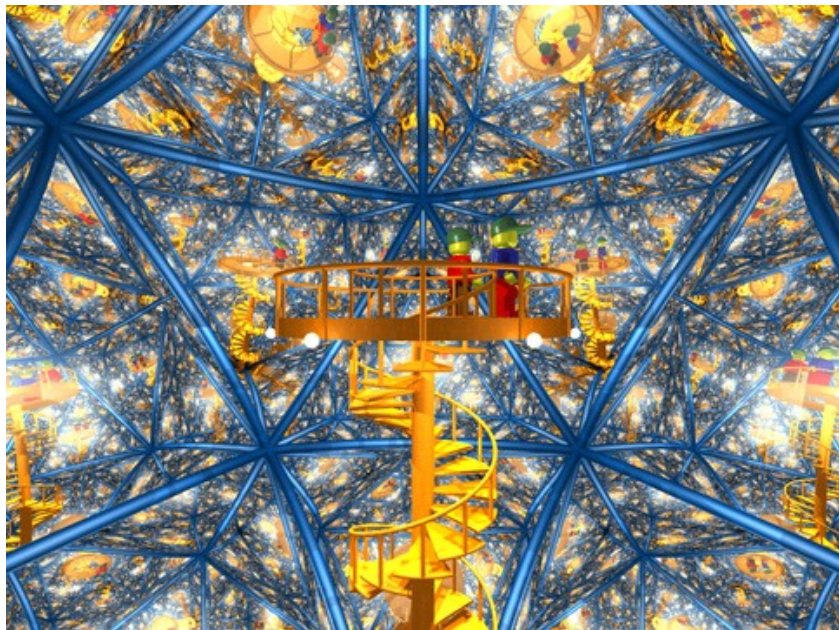












# Deux façons de voir l'hyperbomonde

1. Pour un Hyperbolandais moyen, Hyperboland est un monde infini, et il fait juste plus froid quand on s'éloigne du centre.

# Deux façons de voir l'hyperbomonde

1. Pour un Hyperbolandais moyen, Hyperboland est un monde infini, et il fait juste plus froid quand on s'éloigne du centre.
2. Pour un Hyperbolandais inventif et un peu fou, Hyperboland est un monde fini, car la matière rapetisse quand elle refroidit.

# Deux façons de voir l'hyperbomonde

1. Pour un Hyperbolandais moyen, Hyperboland est un monde infini, et il fait juste plus froid quand on s'éloigne du centre.
  2. Pour un Hyperbolandais inventif et un peu fou, Hyperboland est un monde fini, car la matière rapetisse quand elle refroidit.
- ▶ Pour les deux, il faut une infinité de pas pour se rendre au bord du monde.

Hyperbolandais	Espace	Effet du froid	Nombre de pas
<b>Moyen Imaginatif</b>	Infini Fini	Non Oui	<b>Infini Infini</b>



Et la Terre dans tout ça ?

## Et la Terre dans tout ça ?

	<b>La Terre</b>	<b>Nature de la force centrifuge</b>	<b>Formule de la force centrifuge</b>
<b>Mouvementiste</b>	Tourne	Cinématique	F
<b>Immobiliste</b>	Fixe	Physique	F



# Partie IV

## Le structuralisme de Poincaré



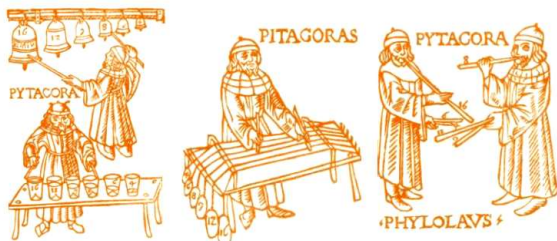
# Le pythagorisme



Philolaos (485 - 385 av. JC)

*La géométrie est le  
principe de la patrie et de toutes les sciences.*

# Le pythagorisme



Philolaos (485 - 385 av. JC)

- ▶ La science doit être mathématique : *La géométrie est le principe de la patrie et de toutes les sciences.*

# Le pythagorisme



Philolaos (485 - 385 av. JC)

- ▶ La science doit être mathématique : *La géométrie est le principe de la patrie et de toutes les sciences.*

*Tout être connaissable a un nombre : sans celui-ci, on ne saurait rien concevoir ni connaître.*

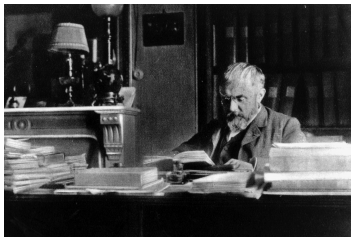
# Le pythagorisme



Philolaos (485 - 385 av. JC)

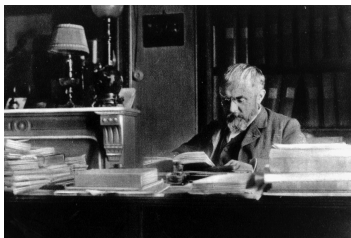
- ▶ La science doit être mathématique : *La géométrie est le principe de la patrie et de toutes les sciences.*
- ▶ Le réel est mathématique : *Tout être connaissable a un nombre : sans celui-ci, on ne saurait rien concevoir ni connaître.*

# Avec le pythagorisme



*La géométrie est le principe de la patrie et de toutes les sciences.*

# Avec le pythagorisme



*Voilà donc une première raison pour laquelle le physicien ne peut se passer des mathématiques ; elles lui fournissent la seule langue qu'il puisse parler.*

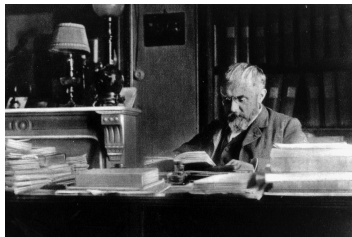


*La géométrie est le principe de la patrie et de toutes les sciences.*

Hyperbolandais	Espace	Effet du froid	Nombre de pas
<b>Moyen Imaginatif</b>	Infini Fini	Non Oui	<b>Infini Infini</b>

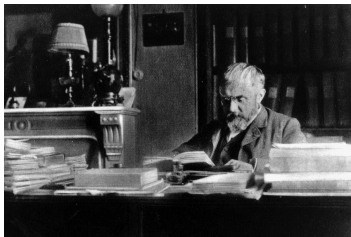


# Contre le pythagorisme



*Tout être connaissable a un nombre*

# Contre le pythagorisme



*Mais ce que [la Science] peut  
atteindre, ce ne sont pas les  
choses elles-mêmes, comme le  
pensent les dogmatistes naïfs*



*Tout être connaissable a un  
nombre*

*Quelques personnes ont été frappées de ce caractère de libre convention qu'on reconnaît dans certains principes fondamentaux des sciences. [...] Elles ont abouti ainsi à ce que l'on appelle le nominalisme et elles se sont demandé si le savant n'est pas dupe de ses définitions et si le monde qu'il croit découvrir n'est pas tout simplement créé par son caprice.*

Henri Poincaré





# L'empirisme



David Hume (1711 -1777)

- ▶ Nous n'avons jamais accès au réel : *Le pouvoir ou la force qui actionne la machine entière nous est entièrement caché et ne se découvre jamais en aucune des qualités sensibles d'un corps.*

*Nous apprenons seulement, par expérience, la fréquente conjonction des objets, sans être jamais capables de saisir rien de tel qu'une connexion entre eux.*

# L'empirisme



David Hume (1711 -1777)

- ▶ Nous n'avons jamais accès au réel : *Le pouvoir ou la force qui actionne la machine entière nous est entièrement caché et ne se découvre jamais en aucune des qualités sensibles d'un corps.*
- ▶ La causalité n'est que conjonction : *Nous apprenons seulement, par expérience, la fréquente conjonction des objets, sans être jamais capables de saisir rien de tel qu'une connexion entre eux.*

*Quelques personnes ont été frappées de ce caractère de libre convention qu'on reconnaît dans certains principes fondamentaux des sciences. Elles ont voulu généraliser outre mesure et en même temps elles ont oublié que la liberté n'est pas l'arbitraire.*

Henri Poincaré



	<i>Réalité</i>		<i>Relations</i>
Hyperbolandais	<b>Espace</b>	<b>Effet du froid</b>	<b>Nombre de pas</b>
<b>Moyen Imaginatif</b>	Infini Fini	Non Oui	<b>Infini Infini</b>

	<i>Réalité</i>		<i>Relations</i>
Hyperbolandais	<b>Espace</b>	<b>Effet du froid</b>	<b>Nombre de pas</b>
<b>Moyen Imaginatif</b>	Infini Fini	Non Oui	<b>Infini Infini</b>

	<i>Réalité</i>		<i>Relations</i>
	<b>La Terre</b>	<b>Nature de la force centrifuge</b>	<b>Formule de la force centrifuge</b>
<b>Mouvementiste Immobiliste</b>	Tourne Fixe	Cinématique Physique	<b>F F</b>

# Contre l'empirisme



*Le pouvoir ou la force qui  
actionne la machine entière nous  
est entièrement caché*

# Contre l'empirisme



*Ces équations [de la physique] expriment des rapports, et si les équations restent vraies, c'est que ces rapports conservent leur réalité. Elles nous apprennent, après comme avant, qu'il y a tel rapport entre quelque chose et quelque autre chose.*



*Le pouvoir ou la force qui actionne la machine entière nous est entièrement caché*

# Le structuralisme

*Au premier abord il nous semble que les théories ne durent qu'un jour et que les ruines s'accumulent sur les ruines. Un jour elles naissent, le lendemain elles sont à la mode, le surlendemain elles sont classiques, le troisième jour elles sont surannées, et le quatrième elles sont oubliées. Mais si l'on y regarde de plus près, on voit que ce qui succombe ainsi, ce sont les théories proprement dites, celles qui prétendent nous apprendre ce que sont les choses. Mais il y a en elles quelque chose qui le plus souvent survit. Si l'une d'elles nous a fait connaître un rapport vrai, ce rapport est définitivement acquis et on le retrouvera sous un déguisement nouveau dans les autres théories qui viendront successivement régner à sa place.*



*Qui nous a appris à connaître les analogies véritables, profondes, celles que les yeux ne voient pas et que la raison devine ? C'est l'esprit mathématique, qui dédaigne la matière pour ne s'attacher qu'à la forme pure. C'est lui qui nous a enseigné à nommer du même nom des êtres qui ne diffèrent que par la matière.*