

Espace es-tu là ?

UDISS

Chambéry 20 mai 2019



Damien Gayet

Institut Fourier - Université de Grenoble-Alpes

Oeuvre représentée : *Règle végétale n° 3*, David Lachavanne, 2003

Acte I - Un idéal révolutionnaire



Le 10 août 1793, les sans-culottes parviennent à ouvrir la Bastille. Cette scène est représentée dans le tableau de Jacques-Louis David, *Le 10 août 1793*, qui illustre l'effondrement de la Bastille, symbole de la chute de l'Ancien Régime.

Acte I - Un idéal révolutionnaire



« fait sur les lieux lors de la prise de cette affreuse prison »

Quelques mesures de l'ancien Régime

Quelques mesures de l'ancien Régime

- ▶ La toise, le pied-du-roi, le pouce, l'aune, la ligne, la brasse, la lieue, la perche,

Quelques mesures de l'ancien Régime

- ▶ La toise, le pied-du-roi, le pouce, l'aune, la ligne, la brasse, la lieue, la perche,
- ▶ Le quartier, le carreau, l'arpent, la pièce, la voie

Quelques mesures de l'ancien Régime

- ▶ La toise, le pied-du-roi, le pouce, l'aune, la ligne, la brasse, la lieue, la perche,
- ▶ Le quartier, le carreau, l'arpent, la pièce, la voie
- ▶ Le boisseau, la pinte, le tonneau, la barrique, le tierçon, la queue

Quelques mesures de l'ancien Régime

- ▶ La toise, le pied-du-roi, le pouce, l'aune, la ligne, la brasse, la lieue, la perche,
- ▶ Le quartier, le carreau, l'arpent, la pièce, la voie
- ▶ Le boisseau, la pinte, le tonneau, la barrique, le tierçon, la queue
- ▶ La pile, le marc, le prime, la livre

Quelques mesures de l'ancien Régime

- ▶ La toise, le pied-du-roi, le pouce, l'aune, la ligne, la brasse, la lieue, la perche,
- ▶ Le quartier, le carreau, l'arpent, la pièce, la voie
- ▶ Le boisseau, la pinte, le tonneau, la barrique, le tierçon, la queue
- ▶ La pile, le marc, le prime, la livre
- ▶ Le galopin, le picotin

Quelques mesures de l'ancien Régime

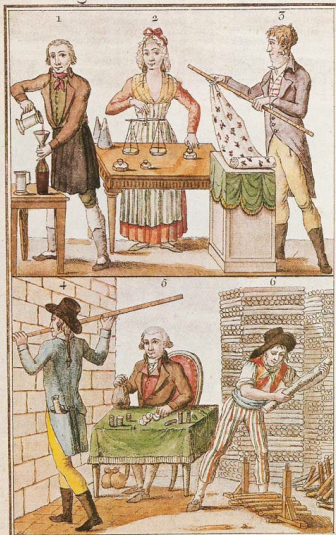
- ▶ La toise, le pied-du-roi, le pouce, l'aune, la ligne, la brasse, la lieue, la perche,
- ▶ Le quartier, le carreau, l'arpent, la pièce, la voie
- ▶ Le boisseau, la pinte, le tonneau, la barrique, le tierçon, la queue
- ▶ La pile, le marc, le prime, la livre
- ▶ Le galopin, le picotin
- ▶ Le journal, l'hommée

De nouvelles mesures pour un nouveau Monde

Le système incohérent de nos mesures, outre ses inconvéniens réels, avoit un vice originel qui en fit hâter l'abolition : la confusion qui y régnoit étoit en grande partie l'ouvrage de cette féodalité que personne n'osoit plus défendre, et dont on travailloit à faire disparaître jusqu'aux moindres vestiges.

Jean-Baptiste Joseph Delambre, *Base du système métrique décimal*,
1806

Usage des Nouvelles Mesures.



J. P. Delon & Co. inv.

Labrousse Sculp.

1. le Litre (Pour la Pinte)

4. l'Are (Pour la Toise)

2. le Gramme (Pour la Livre)

5. le Franc (Pour une Livre Tournois)

3. le Mètre (Pour l'Aune)

6. le Stere (Pour la Demie Voie de Bois)

Deposé à la Bibliothèque le 24 Ventose An 8. - A Paris chez Delon, Rue Montmartré N° 100 vis à vis le Boulevard.

VILLE
DE
PARIS

- ▶ 8 mai 1790 : L'Assemblée Constituante adopte le mètre comme longueur d'un pendule battant la seconde...

- ▶ 8 mai 1790 : L'Assemblée Constituante adopte le mètre comme longueur d'un pendule battant la seconde...
- ▶ 19 mars 1791 : ... on arrête tout et on recommence à réfléchir



Jean-Charles de Borda, Gaspar Monge, Pierre-Simon de Laplace et Nicolas de Condorcet

De l'espace, rien que de l'espace

mais on peut observer en général que le pendule renferme un élément hétérogène, qui est le temps, et un élément arbitraire, la division du jour en 86400 secondes. Or il est possible d'avoir une unité de longueur qui ne dépende d'aucune autre quantité.

Borda, Laplace, Monge, Condorcet, *Rapport sur le choix d'une unité de mesure*, 1791



Le quart du méridien terrestre deviendrait donc l'unité réelle de mesure, et la dix-millionième partie de cette longueur en seroit l'unité usuelle.

Géopolitique de révolution



on peut dire que chaque peuple appartient à un des méridiens de la terre , mais qu'une partie seulement est placée sous l'équateur.

Concrètement

Nous proposerons donc de mesurer immédiatement un arc du méridien depuis Dunkerque jusqu'à Barcelone



Franchouillard, le mètre ?

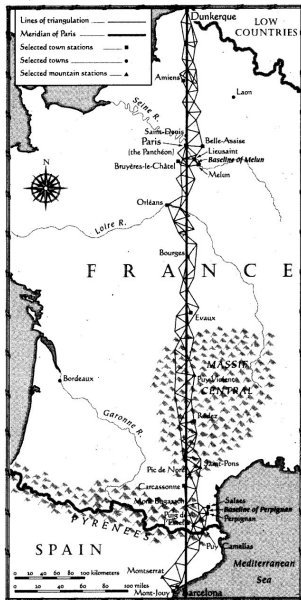
nous avons
choisi le seul méridien où l'on puisse trouver un arc
aboutissant au niveau de la mer, coupé par le paral-
lèle moyen, sans être cependant d'une trop grande
étendue qui en rende la mesure actuelle trop difficile.
Il ne se présente donc rien ici qui puisse donner le
plus léger prétexte au reproche d'avoir voulu affecter
une sorte de prééminence.

Deux astronomes à la mesure du Mètre

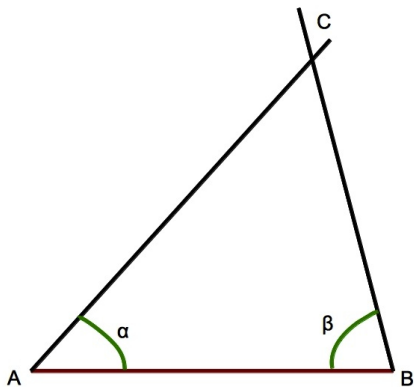


Jean-Baptiste Joseph Delambre (1749-1822)

Pierre François André Méchain (1744-1804)

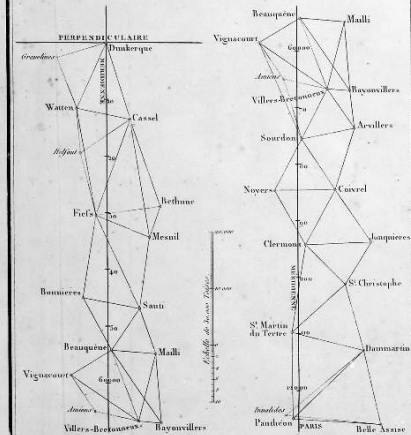


Un angle pour une longueur



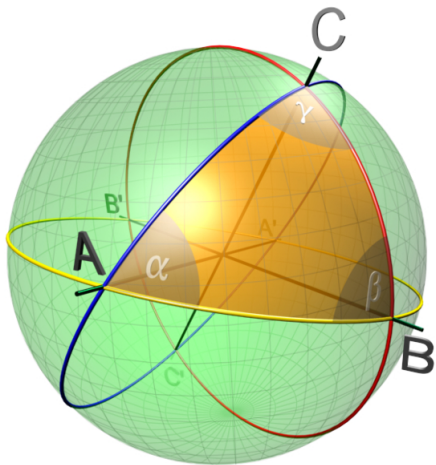
CHAÎNE DES TRIANGLES

de Dunkerque à Barcelone

mesurée par MM. Delambre et Méchain.

Problème 1 : sphérification des triangles

De cette manière on a des triangles sphériques. La somme des trois angles doit toujours surpasser tant soit peu 180° ; ce qui exige de nouvelles réductions ou une manière particulière de calcul. Nous allons considérer successivement tous ces objets.



Problème 2 : calculs excentriques

$$\begin{aligned}
 AM - BM &= AM - BO (1 + e^{\sin dL} \sin L \cos L + \&c.) \\
 (AM - BM)^2 &= AM^2 + BO^2 (1 + e^{\sin dL} \sin L \cos L)^2 - 2AM \cdot BO (1 + e^{\sin dL} \sin L \cos L) \\
 &= \frac{1}{1 - e^{\sin^2 L}} + \frac{(1 + e^{\sin dL} \sin L \cos L)^2}{1 - e^{\sin^2 L'}} - \frac{2(1 + e^{\sin dL} \sin L \cos L)}{(1 - e^{\sin^2 L})^{\frac{1}{2}} (1 - e^{\sin^2 L'})^{\frac{1}{2}}} \\
 &= 1 + e^{\sin^2 L} + e^{\sin^2 L'} \\
 &\quad + (1 + e^{\sin^2 L'} + e^{\sin^2 L}) (1 + 2e^{\sin dL} \sin L \cos L) \\
 &\quad - 2(1 + e^{\sin dL} \sin L \cos L) (1 + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'}) \\
 &\quad \times (1 + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L}) \\
 &= 2 + e^{\sin^2 L} + e^{\sin^2 L'} + e^{\sin^2 L} + e^{\sin^2 L'} + 2e^{\sin dL} \sin L \cos L \\
 &\quad - 2(1 + e^{\sin dL} \sin L \cos L) e^{\sin^2 L} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'} + e^{\sin^2 L} + e^{\sin^2 L'} \\
 &= \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'} - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} \sin^2 L' \\
 &= \text{zéro, en négligeant les quantités du cinquième ordre.} \\
 &\quad \text{À présent}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{AM \cdot BM} &= \frac{(1 - e^{\sin^2 L})^{\frac{1}{2}} (1 - e^{\sin^2 L'})^{\frac{1}{2}}}{1 + e^{\sin dL} \sin L \cos L + e^{\sin^2 dL} (\frac{1}{2} \sin^2 L - \cos^2 L)} \\
 &= (1 - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'} - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L}) (1 - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'} - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L}) \\
 &\quad \times [1 - e^{\sin dL} \sin L \cos L - e^{\sin^2 dL} (\frac{1}{2} \sin^2 L - \cos^2 L)] \\
 &= 1 - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'} - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} \sin^2 L' \\
 &\quad - e^{\sin dL} \sin L \cos L - e^{\sin^2 dL} (\frac{1}{2} \sin^2 L - \cos^2 L) \\
 &= 1 - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} + \frac{1}{2} e^{\sin^2 L'} - \sin^2 dL \sin L \cos L + \sin^2 dL \cos^2 L - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} (\sin^2 L + \sin^2 L') \\
 &\quad - e^{\sin^2 dL} \sin L \cos L - \frac{1}{2} e^{\sin^2 dL} (\frac{1}{2} \sin^2 L - \cos^2 L) - \frac{1}{2} e^{\sin^2 L} \\
 &= 1 - e^{\sin^2 L} - \frac{1}{2} e^{\sin^2 dL} \cos 2L - \frac{1}{2} e^{\sin^2 dL} (\frac{1}{2} \sin^2 L - 1) \\
 &= 1 - e^{\sin^2 L} - \frac{1}{2} e^{\sin^2 dL} (1 - 2 \sin^2 L + \frac{1}{2} \sin^2 L - 1) \\
 &= 1 - e^{\sin^2 L} - \frac{1}{2} e^{\sin^2 dL} (-\frac{1}{2} \sin^2 L) \\
 &= 1 - e^{\sin^2 L} + \frac{1}{4} e^{\sin^2 dL} \sin^2 L \\
 &= 1 - e^{\sin^2 L} (1 - \frac{1}{4} \sin^2 dL) \\
 &= 1 - e^{\sin^2 L} (1 - \sin^2 \frac{1}{2} dL) = 1 - e^{\sin^2 L} \cos^2 \frac{1}{2} dL,
 \end{aligned}$$

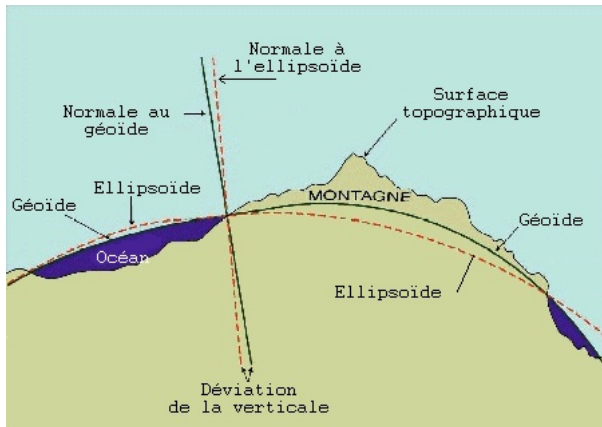
Or le triangle rectiligne AMB donne

$$\begin{aligned}
 \sin^2 \frac{1}{2} AMB &= \frac{\frac{1}{2} AB^2 - \frac{1}{2} (AM - BM)^2}{AM \cdot BM} = \frac{\frac{1}{2} (AB)^2}{AM \cdot BM} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} (AB)^2}{1 - e^{\sin^2 L} \cos^2 \frac{1}{2} dL}
 \end{aligned}$$

Problèmes 4 : les sources techniques d'erreur

Evaluation de l'erreur qui peut résulter d'une petite incertitude sur la déclinaison, l'angle horaire et la latitude.	50 et suiv.
Examen de l'erreur produite par une petite inclinaison dans le cercle qui sert à mesurer les distances au zénith.	52
Examen de l'erreur qu'on commettrait en n'observant pas à l'intersection même des deux fils de la lunette.	54
Manière d'éviter l'erreur qui seroit occasionnée par l'inclinaison du fil qui doit être horizontal.	55

Problème 5 : le fil à plomb



Problème 6...



Problème 6...



Problème 6 : l'indice de réfraction

Cette équation seroit exacte sans la réfraction qui élève l'horizon de la mer, ainsi que tous les objets terrestres. Ainsi, au lieu de δ , il faut mettre dans la formule $\delta + r$, r étant la réfraction; donc

$$BB' = R \operatorname{tang}(\delta + r - 90^\circ) \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\delta + r - 90^\circ) :$$

mais

$$r = nC = n(\operatorname{tang} C - \frac{1}{3} \operatorname{tang}^3 C) = n[\operatorname{tg}(\delta - 90^\circ) - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3(\delta - 90^\circ)];$$

donc

$$\begin{aligned} BB' &= R \operatorname{tang} \left[\delta - 90^\circ + \left(\frac{n}{\sin 1''} \right) \operatorname{tg}(\delta - 90^\circ) \right] \operatorname{tg} \frac{1}{2} \left[\delta - 90^\circ + \frac{n}{\sin 1''} \operatorname{tg}(\delta - 90^\circ) \right] \\ &= R \operatorname{tang} [\delta - 90^\circ + n(\delta - 90^\circ)] \operatorname{tang} \frac{1}{2} [\delta - 90^\circ + n(\delta - 90^\circ)] \\ &= \frac{1}{2} R \operatorname{tang}^2 [\delta - 90^\circ + n(\delta - 90^\circ)] \\ &= \frac{1}{2} R \operatorname{tang}^2 [(1 + n)(\delta - 90^\circ)] \end{aligned}$$

$$\text{élévation au-dessus de la mer} = \frac{1}{2} (1 + n)^2 R \operatorname{tang}^2 (\delta - 90^\circ).$$

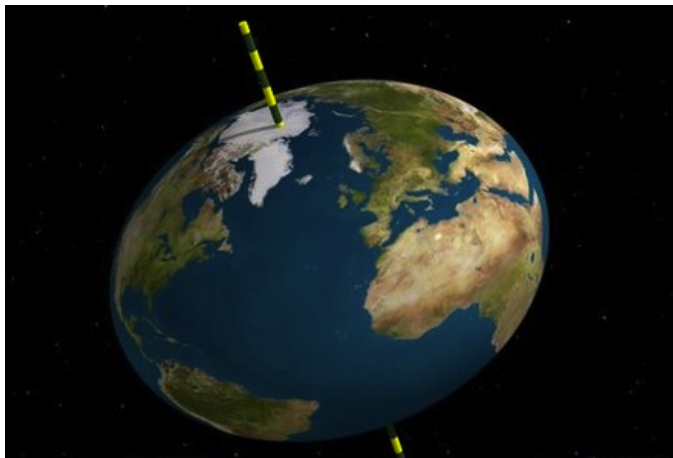
A présent

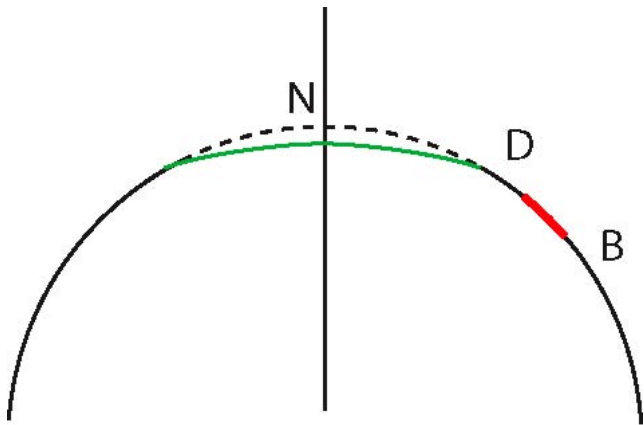
$$n = \frac{r}{C} = \frac{\frac{1}{2} C - \frac{1}{2} (\delta + \delta' - 180^\circ)}{C}.$$

D'UN ARC DU MÉRIDIE N. 99

n varie suivant l'état de l'atmosphère. Mon dessein n'est point d'entrer ici dans le détail de mes observations, et je me contenterai de dire qu'en été n m'a paru d'environ 0,075; en automne et au printemps, de 0,08; en hiver, de 0,09 à 0,10. On peut supposer 0,08 le plus souvent.

Problème 7 : l'idéalisation de la Terre





Nos observations ont dit que la courbure était presque circulaire entre Dunkerque et Paris, plus elliptique de Paris à Évaux, bien plus encore d'Évaux à Carcassonne, et que la même ellipticité se soutient de Carcassonne à Barcelone.

Méchain à Rolland, 22 floréal an VII (11 mai 1799)

Tout ça pour ça!

DÉTERMINATION DU MÈTRE.

103

APLATISSEM.	MÈTRE.	DIFFÉRENCE.
1 : 150	443 ¹ 22487	
1 : 200	443.26368	
1 : 250	443.28797	
1 : 300	443.30459	
1 : 310	443.30730	0.00271
1 : 320	443.30985	0.00255
1 : 330	443.31225	0.00240
sphère.	443.39271	

0,4 mm d'erreur!

Ellipsoïde parfait ou pâte à modeler divine ?

La Terre n'a pas voulu conformer sa figure aux formules analytiques des géomètres, qui voulaient absolument, jusqu'à présente, que ce fût une sphéroïde de révolution parfaitement régulière et d'une densité homogène. [...] Aussi, pourquoi celui qui s'est amusé à pétrir notre petit globe dans ses doigts n'a-t-il pas pris garde...

Méchain à Rolland, 11 mai 1799

Petites piques entre amis

Méchain : Observateur adroit, infatigable, calculateur prompt et sûr, mais un peu timide pour l'emploi des méthodes et des formules nouvelles. On n'en connaît pas qui lui appartienne.

Delambre, 1810

Petites piques entre amis

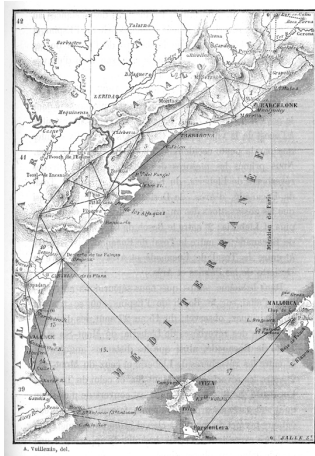
Méchain : Observateur adroit, infatigable, calculateur prompt et sûr, mais un peu timide pour l'emploi des méthodes et des formules nouvelles. On n'en connaît pas qui lui appartienne.

Delambre, 1810

Le très pédant et très outré administrateur [du Bureau des Longitudes].

Méchain, 1801





Mesures		
Angles Base Verticalité		

Mesures	Outil	
Angles Base Verticalité	Rayon lumineux	

Mesures	Outil	Théorie
Angles Base Verticalité	Rayon lumineux	Optique

Mesures	Outil	Théorie
Angles Base Verticalité	Rayon lumineux Étalon	Optique

Mesures	Outil	Théorie
Angles Base Verticalité	Rayon lumineux Étalon	Optique Physique du Solide

Mesures	Outil	Théorie
Angles Base Verticalité	Rayon lumineux Étalon Fil à plomb	Optique Physique du Solide

Mesures	Outil	Théorie
Angles Base Verticalité	Rayon lumineux Étalon Fil à plomb	Optique Physique du Solide Gravitation

Mesures	Outil	Théorie
Angles Base Verticalité	Rayon lumineux Étalon Fil à plomb	Optique Physique du Solide Gravitation

Mesure mathématique ou expérience physique ?

Drame I

**Mesurer notre espace
dépend
de la physique de notre monde!**

Petit jeu!

Quel est le point commun entre
les États-Unis, le Liberia et la Birmanie ?

Petit jeu!

Quel est le point commun entre
les États-Unis, le Liberia et la Birmanie?

Réponse : ce sont les seuls pays, avec Palaos, Samoa, les îles Marshall et les états de Micronésie à ne pas avoir encore adopté le système métrique!

Adoptions

- ▶ Pays Bas : 1816
- ▶ Espagne :

Adoptions

- ▶ Pays Bas : 1816
- ▶ Espagne : 1846
- ▶ Grande-Bretagne :

Adoptions

- ▶ Pays Bas : 1816
- ▶ Espagne : 1846
- ▶ Grande-Bretagne : 1896
- ▶ Australie :

Adoptions

- ▶ Pays Bas : 1816
- ▶ Espagne : 1846
- ▶ Grande-Bretagne : 1896
- ▶ Australie : 1969
- ▶ Canada :

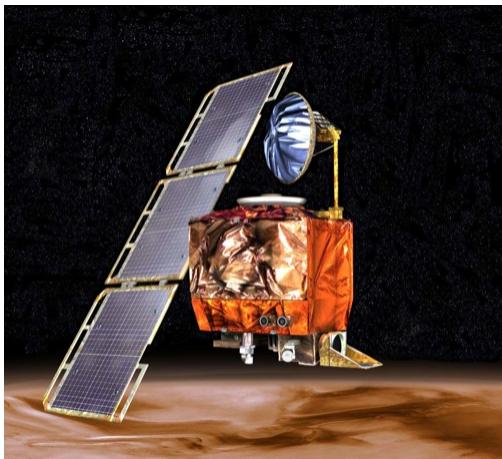
Adoptions

- ▶ Pays Bas : 1816
- ▶ Espagne : 1846
- ▶ Grande-Bretagne : 1896
- ▶ Australie : 1969
- ▶ Canada : 1970
- ▶ Bangladesh :

Adoptions

- ▶ Pays Bas : 1816
- ▶ Espagne : 1846
- ▶ Grande-Bretagne : 1896
- ▶ Australie : 1969
- ▶ Canada : 1970
- ▶ Bangladesh : 1982
- ▶ États-Unis : toujours pas!

Martiens-Américains : 1-0



Mars Climate Orbiter : 150 millions de dollars brûlés
sur l'autel des unités américaines

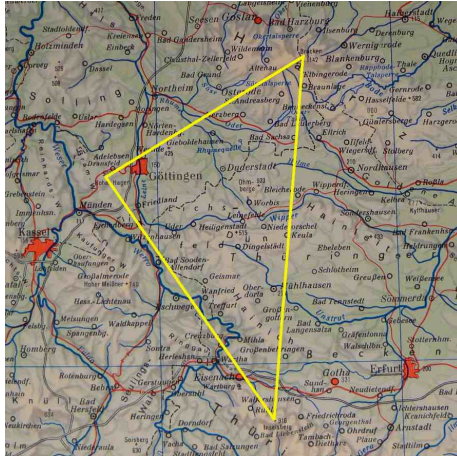
Acte II - À chacun son espace





Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

Un triangle de géant



Le trio Brocken, Inselberg et Hohenhagen

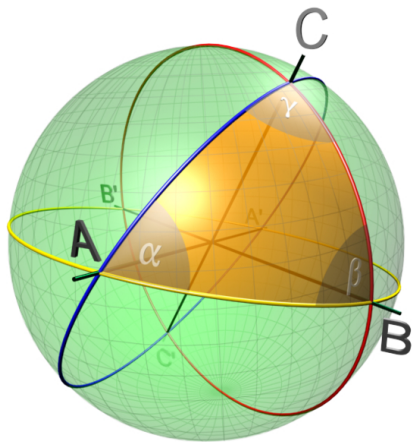


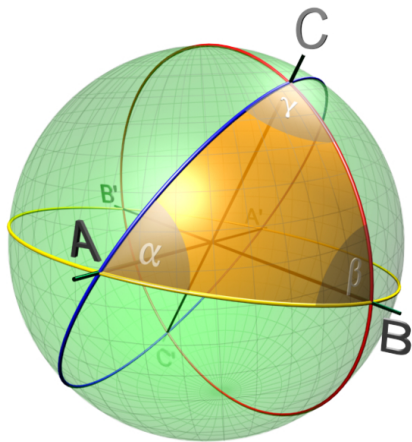


Le plus grand des triangles mesurés par Carl Friedrich Gauss au cours de la cartographie du Royaume de Hanovre afin de déterminer la forme de la Terre

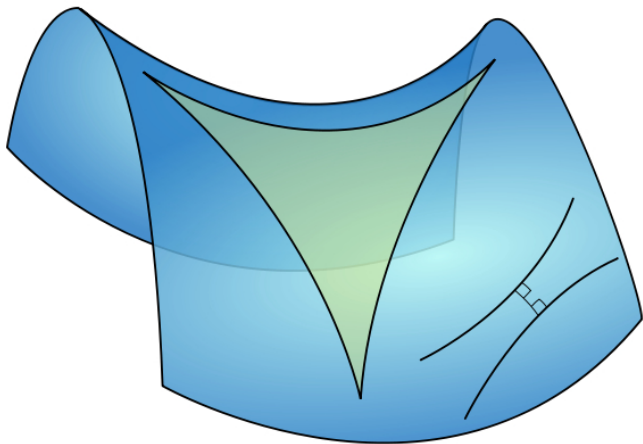
Une conviction stupéfiante

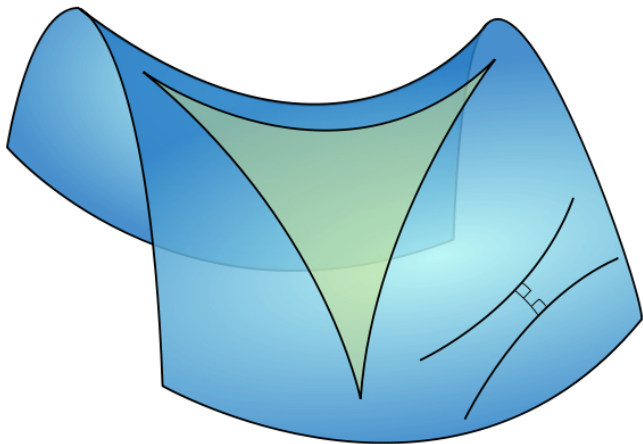
Je suis de plus en plus convaincu que l'on ne peut démontrer la nécessité de notre géométrie [...]. Ainsi la géométrie ne peut être mise du côté de l'arithmétique, qui est de nature a priori, mais plutôt du côté de la mécanique.





$$\alpha + \beta + \gamma = 260,5 \text{ degrés}$$





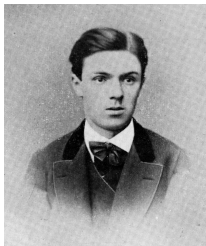
$$\alpha + \beta + \gamma = 87,3 \text{ degrés}$$

Une question de Gauss absolument sidérante

La somme des angles d'un triangle
dans notre espace réel
fait-elle vraiment 180 degrés ?



Henri Poincaré (1854-1912)



Henri Poincaré (1854-1912)

La question de Gauss n'a pas de sens!

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux. Si donc, [...] on venait à découvrir des parallaxes négatives, [...] on aurait le choix entre deux conclusions :

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux. Si donc, [...] on venait à découvrir des parallaxes négatives, [...] on aurait le choix entre deux conclusions : nous pourrions renoncer à la géométrie euclidienne

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux. Si donc, [...] on venait à découvrir des parallaxes négatives, [...] on aurait le choix entre deux conclusions : nous pourrions renoncer à la géométrie euclidienne ou bien modifier les lois de l'optique et admettre que la lumière ne se propage pas rigoureusement en ligne droite.

La Science et l'Hypothèse, 1908

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux. Si donc, [...] on venait à découvrir des parallaxes négatives, [...] on aurait le choix entre deux conclusions : nous pourrions renoncer à la géométrie euclidienne ou bien modifier les lois de l'optique et admettre que la lumière ne se propage pas rigoureusement en ligne droite.

La Science et l'Hypothèse, 1908

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux. Si donc, [...] on venait à découvrir des parallaxes négatives, [...] on aurait le choix entre deux conclusions : nous pourrions renoncer à la géométrie euclidienne ou bien modifier les lois de l'optique et admettre que la lumière ne se propage pas rigoureusement en ligne droite.

La Science et l'Hypothèse, 1908

Inutile d'ajouter que tout le monde regarderait cette solution comme plus avantageuse. La géométrie euclidienne n'a donc rien à craindre d'expériences nouvelles.

Hyperboland

Supposons, par exemple, un monde renfermé dans une grande sphère et soumis aux lois suivantes : La température n'y est pas uniforme ; elle est maxima au centre, et elle diminue à mesure qu'on s'en éloigne, pour se réduire au zéro absolu quand on atteint la sphère où ce monde est renfermé.

Hyperboland

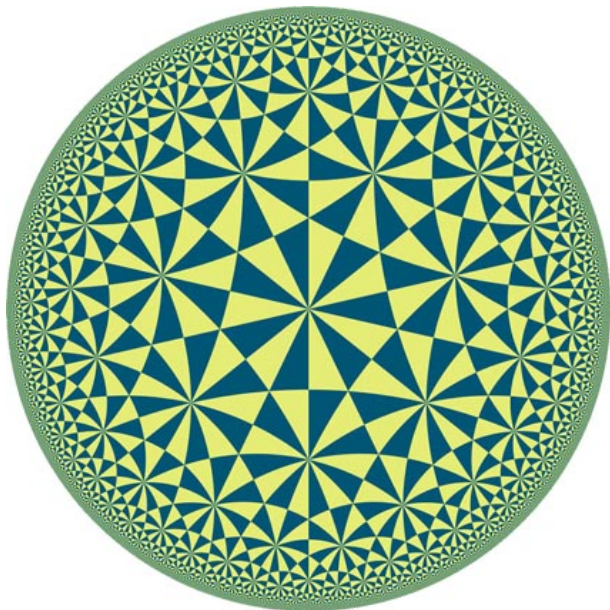
Supposons, par exemple, un monde renfermé dans une grande sphère et soumis aux lois suivantes : La température n'y est pas uniforme ; elle est maxima au centre, et elle diminue à mesure qu'on s'en éloigne, pour se réduire au zéro absolu quand on atteint la sphère où ce monde est renfermé.

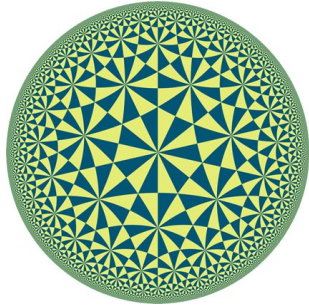
Je supposerai de plus que, dans ce monde, tous les corps aient même coefficient de dilatation, de telle façon que la longueur d'une règle quelconque soit proportionnelle à sa température absolue.

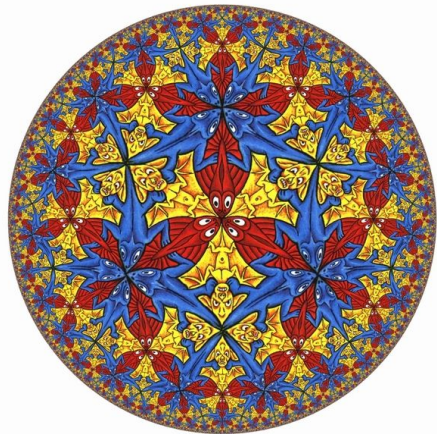
*Observons d'abord que, si ce monde est limité du point de vue de notre géométrie habituelle, **il paraîtra infini** à ses habitants.*

Quand ceux-ci, en effet, veulent se rapprocher de la sphère limite, ils se refroidissent et deviennent de plus en plus petits. Les pas qu'ils font sont donc aussi de plus en plus petits, de sorte qu'ils ne peuvent jamais atteindre la sphère limite.

Film (Étienne Ghys et Jos Leys)







Hyperboland et ses habitants



Napperon hyper beau

Deux Hyperbolands ?

Hyperbolandais	Espace	Effet du froid	Nombre de pas
Moyen	Infini	Non	Infini

Deux Hyperbolands ?

Hyperbolandais	Espace	Effet du froid	Nombre de pas
Moyen Imaginatif	Infini Fini	Non Oui	Infini

Deux Hyperbolands ?

Hyperbolandais	Espace	Effet du froid	Nombre de pas
Moyen Imaginatif	Infini Fini	Non Oui	Infini Infini

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux.

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux.

Physicien	Espace	Lumière	Somme des angles
Gauss			170 degrés

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux.

Physicien	Espace	Lumière	Somme des angles
Gauss	non euclidien	ligne droite	170 degrés

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux.

Physicien	Espace	Lumière	Somme des angles
Gauss	non euclidien	ligne droite	170 degrés
Poincaré			170 degrés

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux.

Physicien	Espace	Lumière	Somme des angles
Gauss	non euclidien	ligne droite	170 degrés
Poincaré	euclidien	courbe	170 degrés

Drame II

**Dire que l'espace est euclidien ou non
est une question de choix
d'une théorie physique**

Première étrangeté

Y a-t-il une expérience physique qui serait impossible dans un espace où tous les triangles sont "maigres" ?

Première étrangeté

Y a-t-il une expérience physique qui serait impossible dans un espace où tous les triangles sont "maigres" ?

- ▶ NON sur dans un univers qui est un disque

Première étrangeté

Y a-t-il une expérience physique qui serait impossible dans un espace où tous les triangles sont "maigres" ?

- ▶ NON sur dans un univers qui est un disque
- ▶ OUI sur une sphère !

La topologie contraint la géométrie

Le théorème de Gauss-Bonnet (1848)

Sur la sphère ou sur le tore, il n'existe pas de façon de mesurer les longueurs telle que pour chaque triangle, la somme des angles fasse strictement moins de 180 degrés.



La topologie contraint la géométrie

Le théorème de Gauss-Bonnet (1848)

Sur la sphère ou sur le tore, il n'existe pas de façon de mesurer les longueurs telle que pour chaque triangle, la somme des angles fasse strictement moins de 180 degrés.



La topologie contraint la géométrie

Le théorème de Gauss-Bonnet (1848)

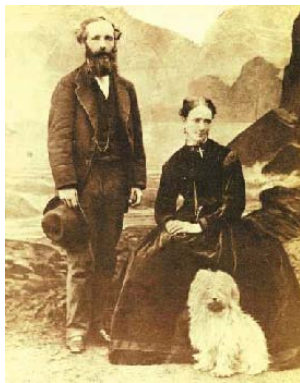
Sur la sphère ou sur le tore, il n'existe pas de façon de mesurer les longueurs telle que pour chaque triangle, la somme des angles fasse strictement moins de 180 degrés.



Le tore, Pierre-Ossian Bonnet (1819-1892) et la sphère

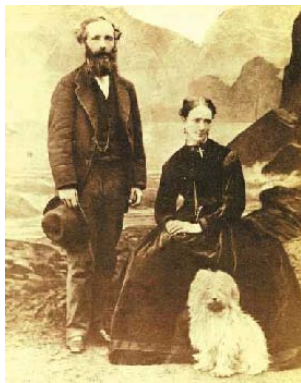
Acte III - L'espace démiurge





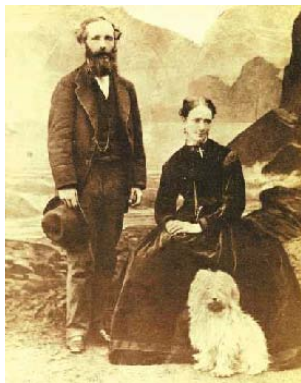
James Clerk Maxwell (1831-1879)

- ▶ 1834 : « Montre-moi comment ça marche ! »



James Clerk Maxwell (1831-1879)

- ▶ 1834 : « Montre-moi comment ça marche ! »
- ▶ 1841 : « Dafty » à l'école

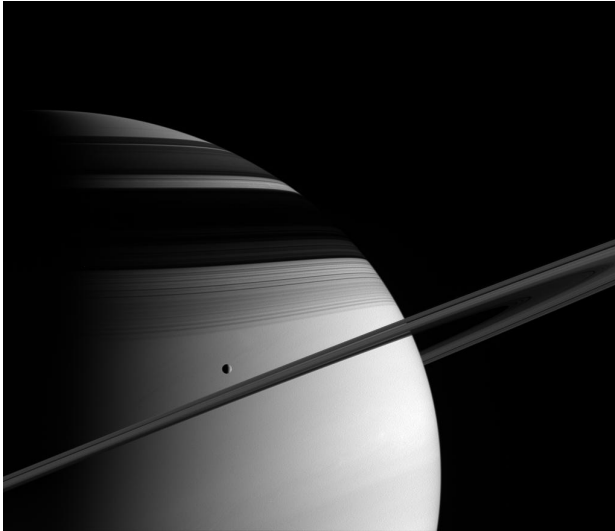


James Clerk Maxwell (1831-1879)

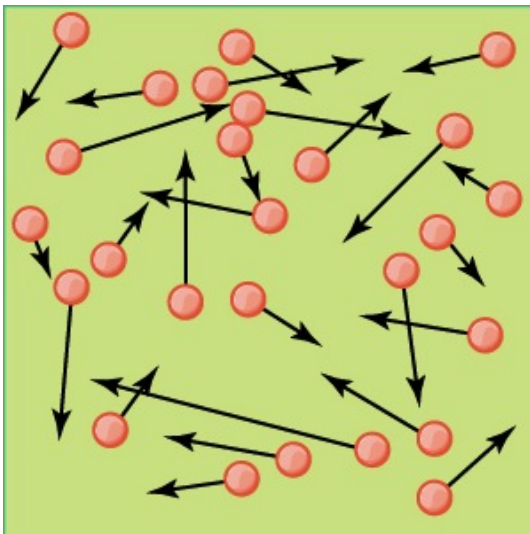
- ▶ 1834 : « Montre-moi comment ça marche ! »
- ▶ 1841 : « Dafty » à l'école



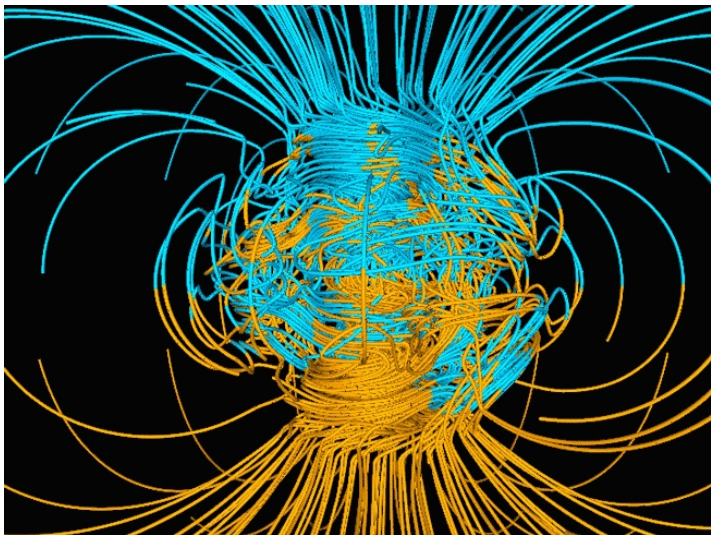




- ▶ 1859 : Nature des anneaux de Saturne



- ▶ 1860 : Modélisation atomistique des gaz

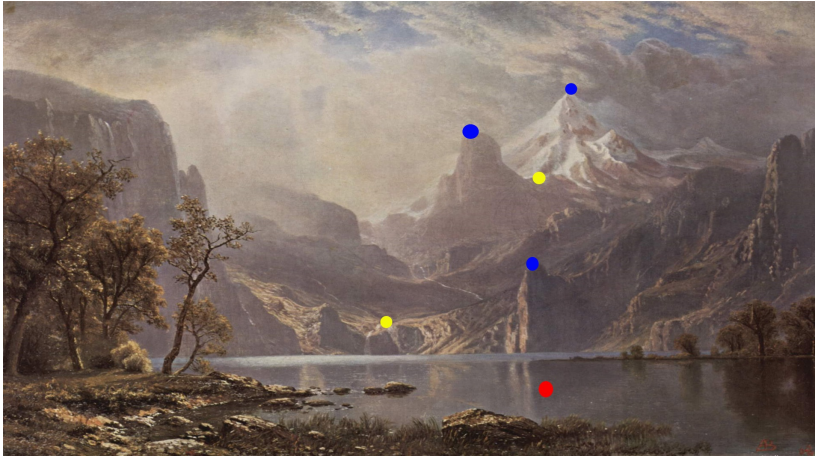


- ▶ 1865 : *Une théorie dynamique du champ électromagnétique*

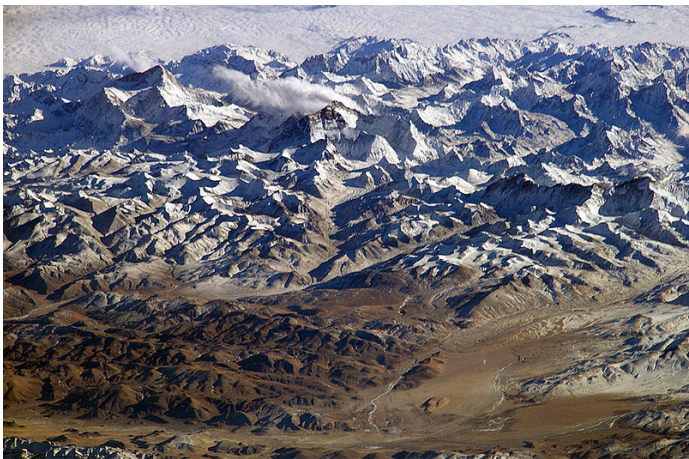


Le Mont Whitney, Albert Bierstadt, 1870

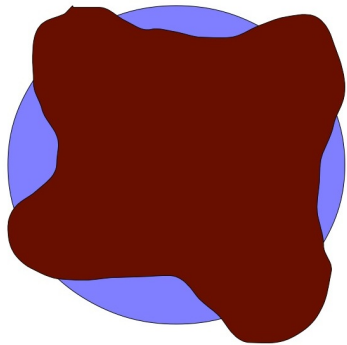
- ▶ 1870 : *Sur les collines et les vallées*

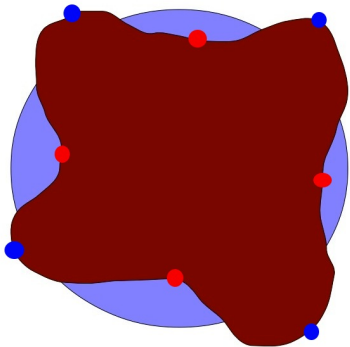


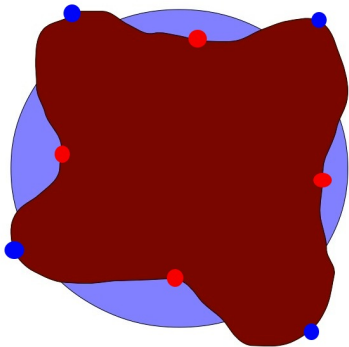
Le défi insensé de Maxwell



Trouver une relation simple entre les nombres de sommets, de fonds et de cols







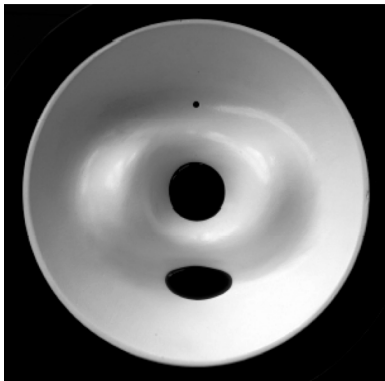
nombre de sommets = nombre de creux

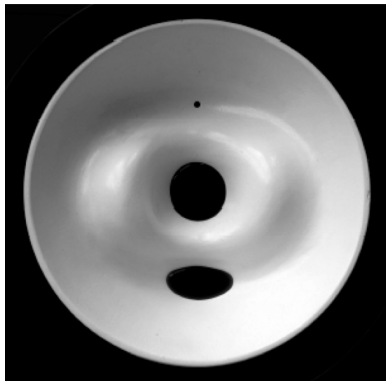
Commençons par une surface de niveau contenue entièrement dans la partie solide de la Terre, et supposons que cette surface de niveau s'élève jusqu'à ce qu'elle rencontre le fond de la mer la plus profonde.

Commençons par une surface de niveau contenue entièrement dans la partie solide de la Terre, et supposons que cette surface de niveau s'élève jusqu'à ce qu'elle rencontre le fond de la mer la plus profonde.

*À ce point le niveau touche la surface de la Terre; et si il continue à s'élever, une ligne de contour va se former autour de ce **fond** et enfermer une région de dépression. Quand la surface de niveau continue de s'élever, elle va atteindre le second fond le plus profond de la mer.*

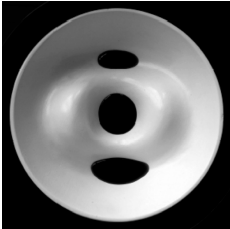
Philosophical Magazine, December 1870





Un fond augmente d'un le nombre de mers

*Deux régions de dépression peuvent s'étendre jusqu'à ce qu'elles se rejoignent et ainsi n'en former plus qu'une. [...] Nous appellerons le point où deux régions se rencontrent **une Barre***



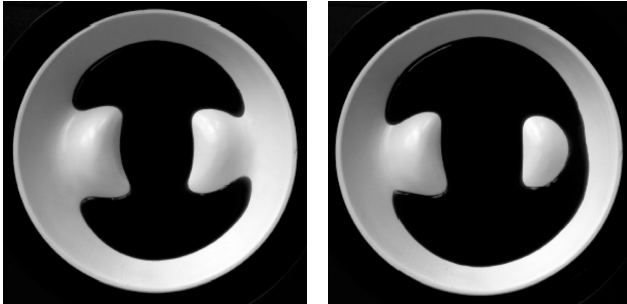




une Barre fait diminuer d'un le nombre de mers...

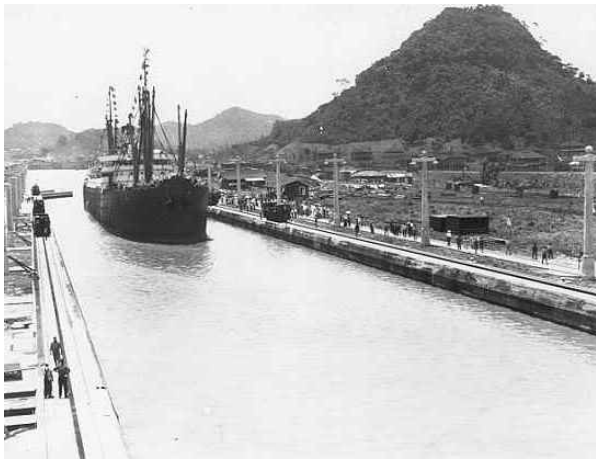
*Une région de dépression peut déployer deux bras qui peuvent se rencontrer et ainsi découper une région d'élévation. [...] Le point lui-même est appelé **un Col***





Un Col fait augmenter le nombre de continents





Le Canal de Panama fait augmenter d'un le nombre de continents





Moïse fait diminuer d'un le nombre de continents

	Mers	Continents
Au début	0	1

	Mers	Continents
Au début	0	1
Fond	+1	0

	Mers	Continents
Au début	0	1
Fond	+1	0
Barre	-1	0

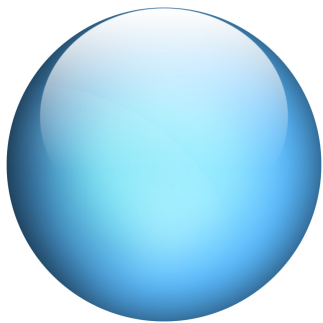
	Mers	Continents
Au début	0	1
Fond	+1	0
Barre	-1	0
Col	0	+1

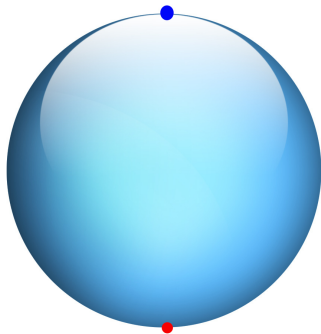
	Mers	Continents
Au début	0	1
Fond	+1	0
Barre	-1	0
Col	0	+1
Sommet	0	-1

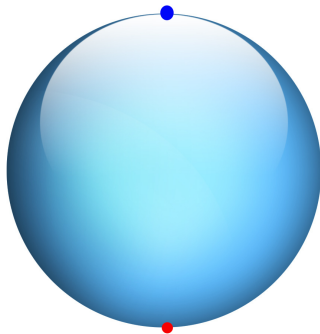
	Mers	Continents
Au début	0	1
Fond	+1	0
Barre	-1	0
Col	0	+1
Sommet	0	-1
À la fin	1	0

	Mers	Continents
Au début	0	1
Fond	+1	0
Barre	-1	0
Col	0	+1
Sommet	0	-1
À la fin	1 =Fonds -Barres	0 =1-Sommets+Cols

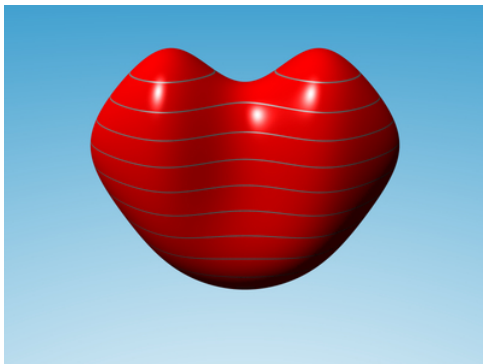
$$Fonds + Sommets - (Barres + Cols) = 2$$

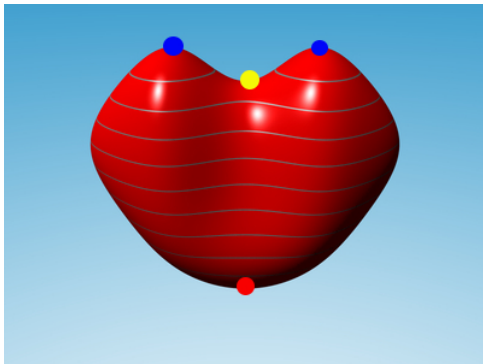


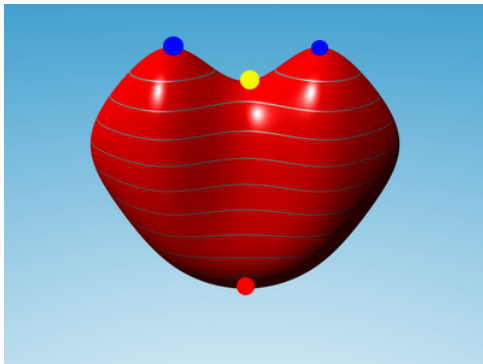




$$Fonds + Sommets - Cols = 2$$



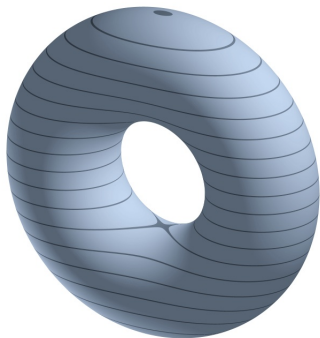


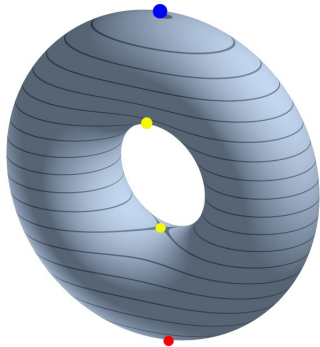


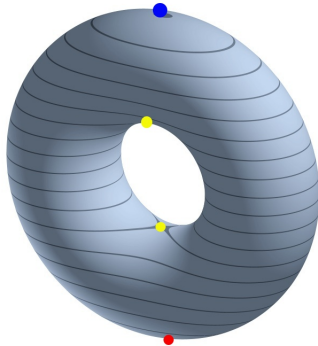
$$Fonds + sommets - cols = 2$$

Autre espaces, autres relations

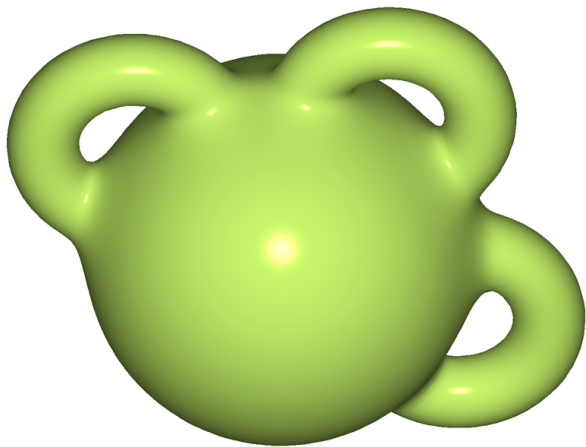


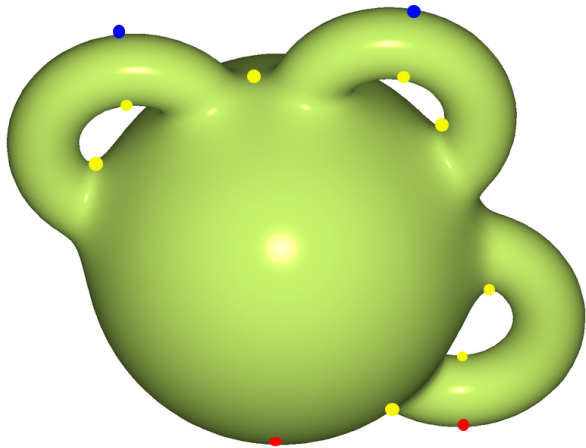


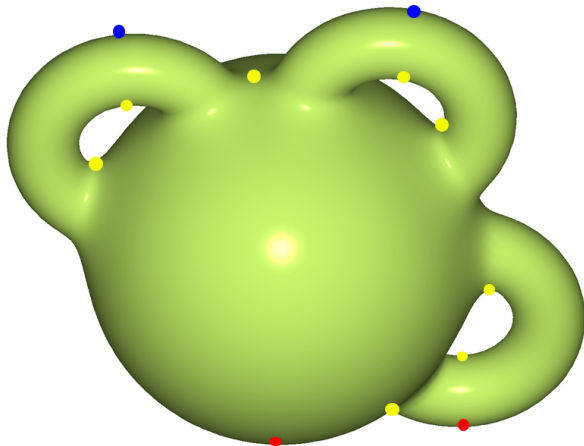




$$Fonds + Sommets - Cols = 0$$







$$Fonds + Sommets - Cols = -4$$

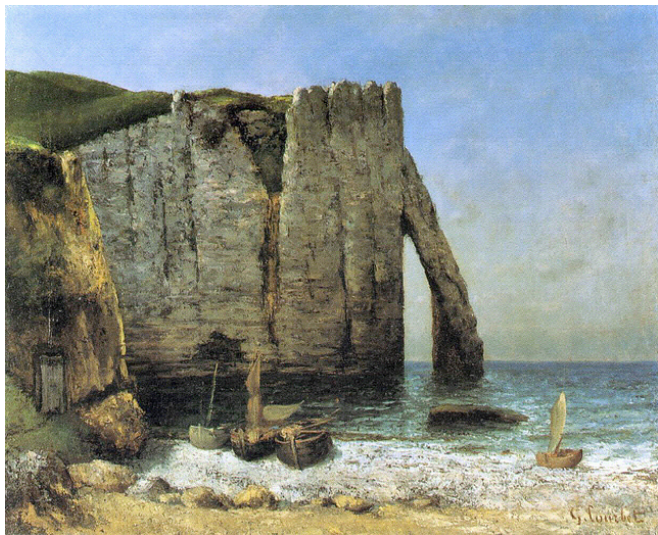
Théorème (Maxwell 1870 - Morse 1925)

Sur la sphère avec g anses on a

$$\text{Fonds} + \text{Sommets} - \text{Cols} = 2 - 2g.$$



Marston Morse (1892-1977)





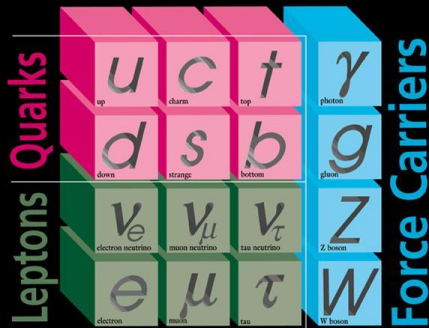




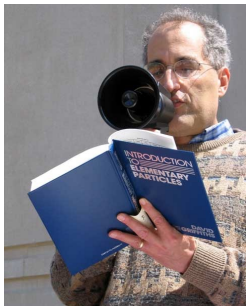
Drame III

**La forme de l'espace
contraint
les phénomènes physiques qui s'y déroulent**

ELEMENTARY PARTICLES



I II III
Three Generations of Matter



*Un [espace] approprié peut **générer** n'importe quel nombre désiré de génération de fermions en dimension quatre.*

Edward Witten, 1986

Conclusion

- ▶ Mesurer engage la physique

Conclusion

- ▶ Mesurer engage la physique
- ▶ Changer de mesure revient à changer de physique

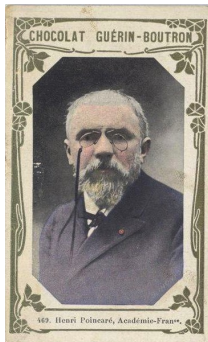
Conclusion

- ▶ Mesurer engage la physique
- ▶ Changer de mesure revient à changer de physique
- ▶ La topologie impose des contraintes aux mesures

Conclusion

- ▶ Mesurer engage la physique
- ▶ Changer de mesure revient à changer de physique
- ▶ La topologie impose des contraintes aux mesures
- ▶ La topologie impose des contraintes à la physique

Drame final : la physique décrit-elle le réel ?

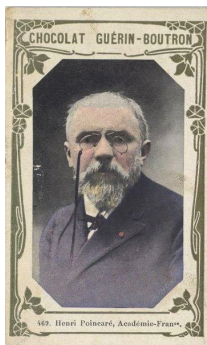


Au premier abord il nous semble que les théories ne durent qu'un jour et que les ruines s'accumulent sur les ruines. Un jour elles naissent, le lendemain elles sont à la mode, le surlendemain elles sont classiques, le troisième jour elles sont surannées, et le quatrième elles sont oubliées.

Hyperbolandais	Espace	Effet du froid	Nombre de pas
Moyen Imaginatif	Infini Fini	Non Oui	Infini Infini

Physicien	Espace	Lumière	Somme des angles
Gauss	non euclidien	ligne droite	170 degrés
Poincaré	euclidien	courbe	170 degrés

Drame final

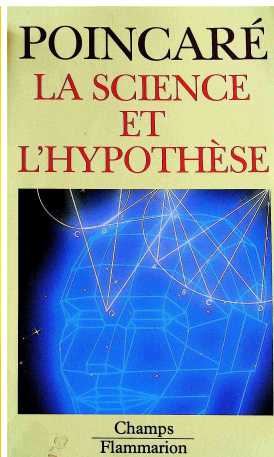


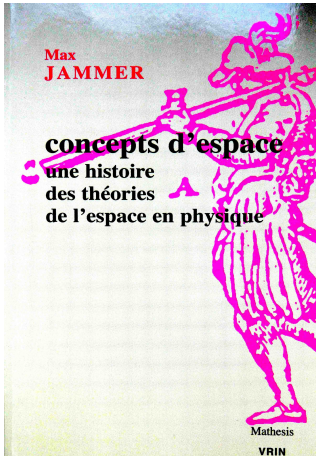
*Au premier abord il nous semble que les théories ne durent qu'un jour et que les ruines s'accumulent sur les ruines. [...] Mais si l'on y regarde de plus près, on voit que ce qui succombe ainsi, ce sont les théories proprement dites, celles qui **prétendent nous apprendre ce que sont les choses.***

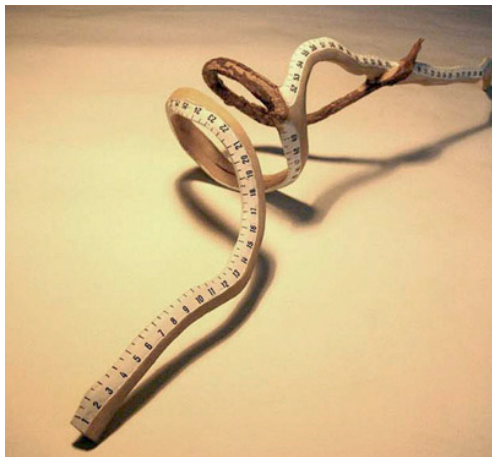
Mais il y a en elles quelque chose qui le plus souvent survit. Si l'une d'elles nous a fait connaître un rapport vrai, ce rapport est définitivement acquis et on le retrouvera sous un déguisement nouveau dans les autres théories qui viendront successivement régner à sa place.

Mais il y a en elles quelque chose qui le plus souvent survit. Si l'une d'elles nous a fait connaître un rapport vrai, ce rapport est définitivement acquis et on le retrouvera sous un déguisement nouveau dans les autres théories qui viendront successivement régner à sa place. Mais ce que [la Science] peut atteindre, ce ne sont pas les choses elles-mêmes, comme le pensent les dogmatistes naïfs, ce sont seulement les rapports entre les choses ; en dehors de ces rapports, il n'y a pas de réalité connaissable.

Bibliographie







Merci!