

Solution

Dans un repère orthonormé de l'espace $O \vec{i} \vec{j} \vec{k}$

et un repère o.n de notre

plaque photo: \vec{X}_1, \vec{Y}_1

avec \vec{X}_1 "horizontal"

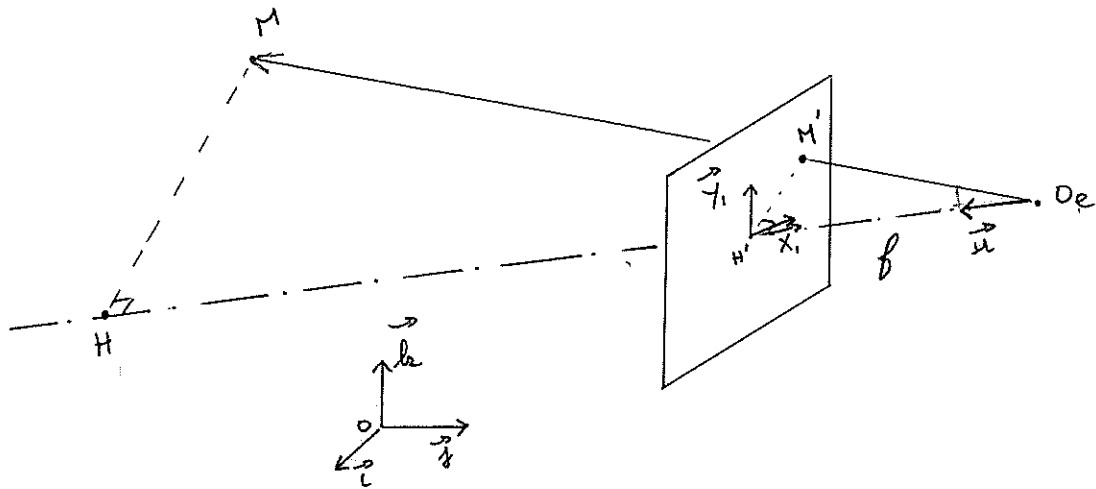
soit focale: f

vecteur unitaire: $\vec{u} \begin{vmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{vmatrix}$

position de l'œil: $O_e \begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{vmatrix}$

et un point M de l'espace: $M \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$

On cherche les coordonnées X, Y sur la plaque "photographique" du projeté de M , et un critère simple pour savoir si M est "visible", c'est à dire devant notre œil.



suggestion:

- M est devant nous si $O_e H = \vec{u} \cdot \vec{O_e M} > 0$

- on a $\begin{cases} \vec{X}_1 = (\vec{u} \wedge \vec{k}) / \|\vec{u} \wedge \vec{k}\| \\ \vec{Y}_1 = \vec{X}_1 \wedge \vec{u} \end{cases}$

- les coordonnées de M dans $(H, \vec{X}_1, \vec{Y}_1)$ sont

$$X' = \vec{X}_1 \cdot \vec{HM} = \vec{X}_1 \cdot (\vec{HO_e} + \vec{O_e M}) = \vec{X}_1 \cdot \vec{O_e M} \quad ; \quad Y' = \vec{Y}_1 \cdot \vec{O_e M}$$

- D'après le théorème de Thalès (dans $O_e H' M'$ et $O_e H M$)

$$X = X' \cdot f / O_e H \quad \text{et} \quad Y = Y' \cdot f / O_e H$$