

contrôle du 18 novembre

Documents, calculatrices et matériel électronique non-autorisés.

Barème indicatif :

Exercice 1 :

Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'application linéaire dont la matrice dans la base canonique B_c de \mathbb{R}^2 est

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Quels sont les valeurs propres de f ?
2. Quels sont les vecteurs propres pour les valeurs propres trouvées ?
3. Donner une base B_1 de \mathbb{R}^2 formée de vecteurs propres pour f .
4. Quelle est la matrice de passage P de la base B_c à la base B_1 ?
5. Calculer P^{-1} .
6. Quelle est la matrice de f dans la base B_1 ?
7. Utiliser cette nouvelle matrice pour calculer A^5 .

Exercice 2 :

On considère l'application $f : \mathbb{R}_3[X] \rightarrow \mathbb{R}_3[X]$ donnée par $f(P) = P' + 3P$.

1. Montrer que l'application f est linéaire.
2. On munit $\mathbb{R}_3[X]$ de la base $(1, X, X^2, X^3)$
Quelle est la matrice de f ?
3. Déterminer le noyau de f et l'image de f .