



## Jean-Pierre Demailly

Élu Correspondant le 11 avril 1994, puis Membre le 11 décembre 2007, dans la section de Mathématique

Jean-Pierre Demailly, né le 25 /09/1957, est Professeur à l'université Grenoble Alpes depuis 1983.

### Études et diplômes

Élève à l'École normale supérieure de Paris (1975-1979)

Agrégation de mathématiques (1977)

Docteur ès sciences (1982)

### Carrière

Attaché de Recherche au CNRS (1979)

Professeur à l'Université Grenoble Alpes (Laboratoire de Mathématiques, Institut Fourier) (1983)

Membre de l'Institut Universitaire de France (junior en 1991, senior en 2002)

#### *Autres fonctions*

Jean-Pierre Demailly a été membre du Comité national des universités de 1987 à 1991, membre du Comité national de la recherche scientifique au CNRS de 1991 à 1992, membre du Comité éditorial d'*Inventiones Mathematicae* de 1997 à 2002, rédacteur en chef des *Annales de l'Institut Fourier* de 1998 à 2006, Directeur de l'Institut Fourier (UMR 5582 du CNRS) de janvier 2003 à décembre 2006. Depuis juin 2003, il préside le Groupe de réflexion interdisciplinaire sur les programmes (GRIP), qui est responsable d'un réseau de classes expérimentales primaires (SLECC, Savoir Lire Écrire Compter Calculer).

### Œuvre scientifique

Les travaux mathématiques de Jean-Pierre Demailly concernent principalement la géométrie analytique complexe. Ils utilisent les techniques de l'analyse et de la géométrie différentielle complexe, et ont des applications en géométrie algébrique ou en théorie des nombres.

#### Principaux travaux mathématiques

##### 1. *Inégalités de Morse holomorphes* (1985, 1989, 2010)

Ces inégalités, dans leur version locale ou globale, relient la cohomologie de Dolbeault asymptotique des puissances tensorielles d'un fibré en droites à la signature de sa forme de courbure. La preuve combine la théorie spectrale des opérateurs et des estimées fines de géométrie différentielle

complexe. Les inégalités de Morse holomorphes ont trouvé de nombreuses applications, par exemple une preuve améliorée de la conjecture de Grauert-Riemenschneider caractérisant les variétés de Moishezon (résultat obtenu initialement par Y.T. Siu), ou encore une version effective du "grand théorème de Matsusaka", à la base des théorèmes de finitude effectifs en géométrie algébrique. De nouveaux développements sont en cours sur le sujet, d'une part pour comprendre l'optimalité des inégalités de Morse holomorphes (théorèmes de type Andreotti-Grauert réciproques), d'autre part pour établir des estimées de la cohomologie des fibrés de jets, via des calculs probabilistes de courbure.

## 2. Critères numériques effectifs pour les fibrés très amples (1993)

Au moyen de nouvelles techniques analytiques (intersection des courants, utilisation d'équations de Monge-Ampère, estimations  $L^2$ , ...) des résultats effectifs en géométrie algébrique ont été obtenus dans la direction d'une conjecture due à Fujita, qui n'était auparavant connue que dans le cas des dimensions 1 et 2. Ces travaux ont été le point de départ de nombreux développements dans le monde (travaux de Ein-Lazarsfeld, Kollár, Kawamata, Helmke, Nakamaye, Siu...).

## 3. Étude des variétés algébriques hyperboliques (1995, 1999, 2010, 2015-2017)

Dans la lignée des idées de Bloch, Green-Griffiths et Nadel-Siu, une nouvelle construction géométrique des "espaces fibrés de jets de Semple" a permis de décrire des compactifications géométriques naturelles des espaces de jets de courbe. Dans ce cadre, la propriété d'hyperbolicité au sens de Kobayashi se trouve reliée à des propriétés intrinsèques de courbure des espaces de jets. Présentée pour la première fois dans les notes d'une série de cours donnés à l'AMS Summer Institute on Algebraic Geometry (Santa Cruz 1995), cette théorie a abouti, dans un travail en collaboration J. El Goul, à la résolution d'une conjecture de Kobayashi remontant au milieu des années 1970 : une surface très générique de degré au moins 21 dans l'espace projectif complexe de dimension 3 est hyperbolique ; un résultat un peu plus faible a été obtenu indépendamment par McQuillan. Ces recherches ont débouché en 2010 sur la preuve d'une première étape essentielle de la conjecture de Green-Griffiths-Lang : toute courbe holomorphe entière tracée dans une variété algébrique projective de type général satisfait une équation différentielle algébrique ; la preuve utilise de manière essentielle les inégalités de Morse holomorphes. En utilisant ces « technologies », Damian Brotbek est parvenu en 2016 à obtenir une preuve géométrique simple et générale de la conjecture de Kobayashi : une hypersurface générique de dimension  $n$  de l'espace projectif complexe est hyperbolique si le degré dépasse une certaine borne  $d_n$  ne dépendant que de la dimension ; peu après, Deng Ya a obtenu la borne effective  $d_n = (n+1)^{n+2}(n+2)^{2n+7}$ .

## 4. Singularités plurisousharmoniques et cohomologie (1995-2001-2007-2013)

L'étude des singularités holomorphes ou plurisousharmoniques a été poursuivie autour de la notion fondamentale de faisceau d'idéaux multiplicateurs (introduite en 1989 par A. Nadel). La propriété de semi-continuité des exposants de singularités analytiques, démontrée en collaboration avec J. Kollár en 1995, a fourni un outil puissant pour démontrer l'existence de métriques Kähler-Einstein sur les variétés ou orbifolds de Fano. Un résultat apparenté est la preuve de la sous-additivité des idéaux multiplicateurs de Nadel (travail avec L. Ein et R. Lazarsfeld), qui est devenu l'un des grands principes de la théorie moderne des singularités. Un autre prolongement est la preuve avec Th. Peternell et M. Schneider d'un "théorème de Lefschetz difficile" valable pour la cohomologie à valeurs dans un fibré pseudo-effectif quelconque.

### 5. *Étude de la géométrie du cône de Kähler* (2001-2006)

Un travail en collaboration avec M. Paun a abouti à la démonstration d'un critère numérique caractérisant de manière explicite le cône de Kähler d'une variété kählérienne compacte, généralisant le critère d'amplitude de Nakai-Moishezon de la géométrie algébrique. Parmi les applications figurent l'étude des déformations des variétés kählériennes, l'étude de la géométrie des variétés hyperkähleriennes (Huybrechts, Boucksom). Un autre travail en commun avec S. Boucksom, M. Paun et Th. Peternell montre que sur une variété quelconque, le cône des diviseurs pseudo-effectifs est dual du cône des courbes mobiles, ce qui révèle un aspect géométrique nouveau de la dualité de Serre. Une des conséquences est la preuve d'une conjecture importante remontant au début des années 1980 : une variété algébrique non uniréglée admet un fibré canonique pseudo-effectif.

### 6. *Théorèmes d'annulation de la cohomologie, théorèmes d'extension et d'injectivité* (1987-2015-2017)

Beaucoup de résultats fondamentaux de la géométrie algébrique ou analytique s'appuient sur l'étude de la cohomologie de Dolbeault à valeurs dans les fibrés vectoriels holomorphes. L'identité de Bochner-Kodaira-Nakano et ses diverses déclinaisons sont l'une des techniques transcendentes les plus importantes en géométrie algébrique, à l'origine de nombreux résultats fondamentaux dans le domaine. Jean-Pierre Demailly y a contribué à de multiples reprises. Ses travaux de 2017 en collaboration avec Junyan Cao et Shin-ichi Matsumura énoncent une vaste généralisation du théorème d'extension  $L^2$  de Ohsawa-Takegoshi (initialement paru en 1987), et via des théorèmes d'injectivité ou de surjectivité très généraux, permettent d'étendre des sections ou des classes de cohomologie portées sur des sous-schémas non réduits, lorsque ceux-ci sont définis par des faisceaux d'idéaux multiplicateurs.

### **Contribution en informatique**

Jean-Pierre Demailly s'intéresse de près aux technologies informatiques. Il est l'auteur ou l'un des principaux contributeurs de plusieurs logiciels libres sous l'environnement Unix/Linux développés depuis la fin des années 1990 (*xpaint*, *xrmap*, *sunclock*, *xfax*, *xsnap*, *dmg2img*, ...), dont certains comme *xpaint*, *dmg2img* ou *sunclock* sont encore largement utilisés dans la décennie 2010-2020. En 1999, l'organisation d'une école d'été sur les logiciels libres à Grenoble a marqué le début d'une initiative du SCEREN-CNDP visant à promouvoir les logiciels libres auprès des établissements scolaires. Cette initiative a débouché sur un mouvement « logiciels libres éducatifs » de portée nationale qui s'est fortement diversifié, et réunit aujourd'hui des centaines ou milliers de contributeurs.

### **Prix et distinctions**

- Médaille de bronze du CNRS (1981)
- Prix Rivoire de l'Université de Clermont-Ferrand (1983)
- Prix Carrière, de l'Académie des sciences (1987)
- Prix Peccot du Collège de France (1987)
- Prix scientifique IBM pour les mathématiques (1989)
- Prix Mergier-Bourdeix de l'Académie des sciences (1994)
- Prix International Dannie Heinemann de l'Académie des sciences de Göttingen (1991)

Prix Humboldt de la Société Max Planck (1996)  
Prix Simion Stoilow de l'Académie des sciences de Roumanie (2006)  
Prix Stefan Bergman de l'American Mathematical Society (2015)

## Publications les plus représentatives

J.-P. DEMAILLY

*Champs magnétiques et inégalités de Morse pour la  $d''$ -cohomologie*  
Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 35 (1985) 189-229

J.-P. DEMAILLY

*Vanishing theorems for tensor powers of an ample vector bundle*  
Invent. Math. 91 (1988) 203-220

J.-P. DEMAILLY

*Regularization of closed positive currents and Intersection Theory*  
J. Alg. Geom. 1 (1992) 361-409

J.-P. DEMAILLY

*Singular hermitian metrics on positive line bundles*  
Proceedings of the Bayreuth conference "Complex algebraic varieties" (1990)  
K. Hulek, T. Peternell, M. Schneider, F. Schreyer eds., Lecture Notes in Math. n° 1507,  
Springer-Verlag (1992)

J.-P. DEMAILLY, Th. PETERNELL et M. SCHNEIDER

*Compact complex manifolds with numerically effective tangent bundles*  
J. Algebraic Geometry 3 (1994) 295-345

J.-P. DEMAILLY, L. EIN et R. LAZARSELD

*A subadditivity property of multiplier ideals*  
Michigan Math J. 48 (2000) 137-156 (special volume in honor of William Fulton)

J.-P. DEMAILLY, Th. PETERNELL et M. SCHNEIDER

*Pseudo-effective line bundles on compact Kähler manifolds*  
International Journal of Math. 6 (2001) 689-741

J.-P. DEMAILLY et M. PAUN

*Numerical characterization of the Kähler cone of a compact Kähler manifold*  
Ann. Math. 159 (2004) 1247-1274

J.-P. DEMAILLY

*Kähler manifolds and transcendental techniques in algebraic geometry*  
Plenary talk and Proceedings of the Internat. Congress of Math., Madrid,  
ICM 2006, volume I, 34 pages.

J.-P. DEMAILLY

*Estimates on Monge-Ampère operators derived from a local algebra inequality*

Proceedings of the Kiselmanfest, 2006, "Complex Analysis and Digital Geometry", editor  
Mikael Passare, Acta Universitatis Upsaliensis, Uppsala 2009, 131-143  
<http://uu.diva-portal.org/smash/get/diva2:286171/FULLTEXT01>

J.-P. DEMAILLY

*Holomorphic Morse inequalities and the Green-Griffiths-Lang conjecture*,  
Pure and Applied Mathematics Quarterly 7 (2011) 1165-1208

F. CAMPANA, J.-P. DEMAILLY et Th. PETERNELL

*Rationally connected manifolds and semipositivity of the Ricci curvature*  
Recent Advances in Algebraic Geometry, London Mathematical Society Lecture  
Note Series No. 417, ed. by Ch. Hacon, M. Mustata and M. Popa (2014), 71-91

J.-P. DEMAILLY

*On the cohomology of pseudoeffective line bundles*  
The Abel Symposium 2013, Vol. 10, Complex Geometry and Dynamics,  
Springer 2015, 51-99

J.-P. DEMAILLY et H. GAUSSIÉ

*Algebraic embeddings of smooth almost complex structures*  
Journal of the European Mathematical Society 19 (2017), 3391–3419

J. CAO, J.-P. DEMAILLY et S.-i. MATSUMURA

*A general extension theorem for cohomology classes on non reduced analytic spaces*,  
Science China Mathematics 60 (2017), 949–962

## Principaux ouvrages

*Analyse numérique et équations différentielles*

Manuel pour le second cycle de mathématiques

Presses Universitaires de Grenoble, 344 p. (1991, 1996, 2006, 2016)

J.-P. DEMAILLY en collaboration avec J. BERTIN, L. ILLUSIE, CH. PETERS

*Théorie de Hodge  $L^2$  et théorèmes d'annulation*

Notes de cours de la session SMF "L'état de la recherche" sur la Théorie de Hodge,  
Institut Fourier, Grenoble, 25-27 novembre 1994 ; Soc. Math. France, Panoramas et  
Synthèses, Vol. 3, 1996, chapitre I ;  *$L^2$  Hodge Theory and Vanishing Theorems*,  
SMF/AMS Texts and Monographs, volume 8, 232 p.

*Analytic methods in Algebraic Geometry*,

Surveys of Modern Mathematics, Higher Education Press (HEP), Beijing, 2010, 237 p.

*Complex analytic and differential geometry*

Ouvrage téléchargeable en ligne d'environ 500 pages

le 15 décembre 2017