

Avant-propos

Les trois textes regroupés dans cet ouvrage sont consacrés à une présentation d'aspects variés – et importants à divers titres – de la théorie de Hodge. Ils reprennent avec des compléments substantiels les exposés oraux présentés lors de la session “l'Etat de la Recherche” sur la Théorie de Hodge, qui a eu lieu à l'Université Joseph Fourier de Grenoble du Vendredi 25 au Dimanche 27 novembre 1994, sous l'égide de la Société Mathématique de France. Le but des auteurs serait atteint si, conformément à l'esprit des sessions l'Etat de la Recherche, cet ouvrage permettait au lecteur non nécessairement spécialiste de se faire une idée précise de l'état de l'art.

Les trois thèmes abordés (Théorie de Hodge L^2 et théorèmes d'annulation, Frobenius et dégénérescence de Hodge, Variations de structures de Hodge et symétrie miroir) recouvrent une grande diversité de techniques : équations aux dérivées partielles elliptiques, géométrie différentielle complexe, géométrie algébrique en caractéristique p , méthodes cohomologiques et faisceautiques, théorie des déformations des variétés complexes, variétés de Calabi-Yau, théorie des singularités . . . Cette accumulation d'outils venant de divers horizons rend sans doute assez difficile l'accès de la théorie au néophyte. Nous espérons que les textes ci-après permettront de faciliter quelque peu cet accès : un effort particulier a été fait pour aborder les divers thèmes par leur point de départ le plus naturel, chacun des textes étant complété par une introduction détaillée et de nombreuses références. Le lecteur y trouvera posés un bon nombre de problèmes ouverts ayant fait l'objet d'actives recherches dans les dernières années.

Les auteurs sont vivement reconnaissants envers la SMF et le MESR pour leur impulsion décisive – à la fois psychologique et financière – sans laquelle la session “Théorie de Hodge” de Grenoble n'aurait pu voir le jour. Ils remercient tout particulièrement le Comité des Sessions l'Etat de la Recherche en les personnes de ses deux responsables successifs Pierre Schapira et Colette Mœglin, ainsi que Michèle Audin, Rédactrice en Chef de la revue Panoramas et Synthèses, pour ses vifs encouragements à y publier le présent manuscrit. Enfin leurs remerciements vont au referee pour sa lecture approfondie du texte et ses très nombreuses suggestions d'amélioration.

Saint-Martin d'Hères, le 24 novembre 1995

Compléments relatifs à la deuxième édition

Outre les corrections typographiques de rigueur, cette deuxième version de l'ouvrage a été enrichie par un bon nombre de compléments.

Le premier chapitre “Théorie de Hodge L^2 et théorèmes d’annulation” inclut ainsi à la fin de la deuxième partie une section nouvelle détaillant une version généralisée du théorème de Lefschetz difficile. Ce résultat publié en 2001, dû à J.-P. Demailly, Th. Peternell et M. Schneider, étend le résultat classique de Lefschetz au cas de la cohomologie à valeurs dans un fibré en droites pseudo-effectif. La preuve utilise une technique de régularisation équisingulière des singularités plurisousharmoniques, et les idées principales en ont été explicitées.

Le texte de L. Illusie “Frobenius et dégénérescence de Hodge” a été complété par plusieurs références récentes à des travaux de G. Faltings (2002), J.-M. Fontaine (2013) et M. Sheng-J. Shentu. Celles-ci permettent de combler une lacune de la preuve du lemme de presque pureté apparu dans la littérature au moment de la première édition.

La nouvelle édition du texte de J. Bertin et Ch. Peters “Variations de Structures de Hodge, variétés de Calabi-Yau et symétrie miroir” comporte des références nouvelles à des ouvrages postérieurs comme ceux de M. Green, P.A. Griffiths et M. Kerr, de J. Carlson, S. Müller-Stach et Ch. Peters, de Ch. Peters et J. Steenbrink, et de C. Sabbah et C. Schnell. Des résultats récents sur les fibrés de Higgs ainsi que des applications aux variétés de Shimura ont également été inclus.

Gières, le 24 mai 2018

Première édition : 27 novembre 1995

Deuxième édition révisée : 29 mai 2018

José Bertin*, Jean-Pierre Demailly*, Luc Illusie**, Chris Peters*

* Université Grenoble Alpes, Institut Fourier,
100 rue des Maths, 38610 Gières, France

** Université de Paris-Sud, Département de Mathématiques,
Bâtiment 425, 91405 Orsay, France