

Approche variationnelle pour les équations de Monge-Ampère complexes et applications géométriques [d'après Berman, Boucksom, Eyssidieux, Guedj, Zeriahi ...]

Résumé. Les équations de Monge-Ampère sur les variétés kähleriennes compactes peuvent être résolues par une méthode variationnelle indépendante du théorème de Yau. La technique repose sur l'étude de certaines fonctionnelles (Ding-Tian, Mabuchi) sur l'espace des métriques de Kähler, et sur leur convexité géodésique, due à Berndtsson-Berman dans sa forme générale. Les applications incluent l'existence et l'unicité de métriques de Kähler-Einstein sur les variété \mathbb{Q} -Fano à singularités terminales, et une nouvelle preuve d'une version uniforme de la conjecture de Yau-Tian-Donaldson.

Mots-clé. Variété kählerienne compacte, équation de Monge-Ampère, méthode variationnelle, flot de Ricci, potentiel plurisousharmonique, courant positif fermé, fonctionnelle de Ding-Tian, fonctionnelle de Mabuchi, convexité géodésique, variété de Fano, K-stabilité, conjecture de Yau-Tian-Donaldson

Classification MSC. 32Q15, 32Q20, 53C44

Variational approach for complex Monge-Ampère equations and geometric applications [after Berman, Boucksom, Eyssidieux, Guedj, Zeriahi ...]

Abstract. Solutions of Monge-Ampère equations on compact Kähler manifolds can be obtained by a variational method independent of Yau's theorem. The technique relies on the study of certain functionals (Ding-Tian, Mabuchi) on the space of Kähler metrics, and on their geodesic convexity, due to Berndtsson-Berman in its general form. Applications include the existence and uniqueness of Kähler-Einstein metrics on \mathbb{Q} -Fano varieties with log terminal singularities and a new proof of a uniform version of the Yau-Tian-Donaldson conjecture.

Keywords. Compact Kähler variety, Monge-Ampère equation, variational method, Ricci flow, plurisubharmonic potential, closed positive current, Ding-Tian functional, Mabuchi functional, geodesic convexity, Fano variety, K-stability, Yau-Tian-Donaldson conjecture

Classification MSC. 32Q15, 32Q20, 53C44