SUR UNE CONDITION SUFFISANTE POUR L'EXISTENCE DES MESURES p-ADIQUES ADMISSIBLES

par Alexei PANCHISHKIN

Prépublication de l'Institut Fourier n$^{\text{o}}$ 560 (2002)

`http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/prepublications.html`

RÉSUMÉ. — On donne une nouvelle condition suffisante pour l'existence des mesures p-adiques admissibles μ obtenues à partir des suites de distributions Φ_j ($j \geq 0$) à valeurs dans les espaces de formes modulaires. On utilise la projection caractéristique sur le sous-espace primaire associé à une valeur propre non nulle α de l'opérateur U d'Atkin-Lehner. On donne une telle condition en termes des congruences entre les valeurs de distributions Φ_j.

Soient p un nombre premier, $\mathbb{C}_p = \widehat{\overline{\mathbb{Q}}}_p$ la complétion d'une clôture algébrique du corps des nombres p-adiques. Soit A une extension algébrique K de $\mathbb{Q}_p$ ou l'anneau $\mathcal{O}_K$ des entiers p-adiques de K. Fixons un entier positif M et considérons le groupe commutatif profini $Y = Y_{M,p} = \varprojlim_{v} (\mathbb{Z}/Mp^v\mathbb{Z})^*$ fourni avec la projection canonique $y_p : Y \to \mathbb{Z}_p^*$. Considérons le groupe $X = \mathrm{Hom}_{cont}(Y, \mathbb{C}_p^\times)$ des caractères p-adiques continus (c'est un groupe de Lie $\mathbb{C}_p$-analytique analogue à $\mathrm{Hom}_{cont}(\mathbb{R}_+^\times, \mathbb{C}^\times) \cong \mathbb{C}$ (par $s \mapsto (y \mapsto y^s)$). Le groupe X est l'union finie des disques $U = \{z \in \mathbb{C}_p \mid |z|_p < 1\}$.

Une fonction L p-adique $L : X \to \mathbb{C}_p$ est une fonction méromorphe sur X définie à partir d'une mesure p-adique sur Y.

1. Méthode traditionnelle de construction de telles fonctions est à partir des valeurs spéciales de fonctions L complexes (qui sont souvent des nombres algébriques (à une normalisation convenable près)).

Mots-clés : Formes modulaires, mesures admissibles, fonctions L.
Classification math. : 11F33, 11F67, 11F30.

DÉFINITION 1.1.

a) Soit h un entier positif et soit $\mathcal{C}^h(Y,A)$ un sous-A-module de fonctions localement polynomiales de degré $< h$ sur Y de la variable $y_p : Y \to \mathbb{Z}_p^*$ (la projection canonique) ; en particulier $\mathcal{C}^1(Y,A)$ est un A-sous module de fonctions localement constantes sur Y à valeurs dans A, $\mathcal{C}^h(Y,A) \subset \mathcal{C}^{\mathrm{loc-an}}(Y,A) = \{\varphi : Y \to A \mid \varphi$ localement analytique$\} \subset \mathcal{C}(Y,A)$, où $\mathcal{C}(Y,A) = \{\varphi : Y \to A \mid \varphi$ continue$\}$.

b) Une distribution Φ sur Y à valeurs dans un A-module normé V est une application linéaire $\Phi : \mathcal{C}^1(Y,A) \to V, \varphi \mapsto \int_Y \varphi\, d\mu$.

c) Une mesure $\Phi : \mathcal{C}^1(Y,A) \to V$ est une distribution bornée : $|\Phi(\varphi)|_p < C|\varphi|_p$ où C ne dépend pas de φ.

d) Soit $h \in \mathbb{N}^*$. Une mesure h-admissible sur Y à valeurs dans V est une application A-linéaire $\tilde{\Phi} : \mathcal{C}^h(Y,A) \to V$ avec la condition de croissance suivante (voir [AV, Vi76]) *: pour $t = 0, 1, \ldots, h-1$,*

$$\left| \int_{a+(Mp^v)} (y_p - a_p)^t d\tilde{\Phi}(y) \right|_p = o\left(p^{v(h-t)}\right).$$

lorsque $v \to \infty$.

Une telle $\tilde{\Phi}$ se prolonge de façon unique sur $\mathcal{C}^{\mathrm{loc-an}}(Y,A)$. On utilisera cette définition pour les applications à valeurs dans $V = \mathcal{M}$ et dans sa α-partie $\mathcal{M}^\alpha$ de rang fini fixe sur A.

Exemple. — La fonction zêta de Riemann

$$\zeta(s) = \prod_{l \text{ premiers}} (1 - l^{-s})^{-1} = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}\ (\mathrm{Re}(s) > 1),\ \zeta(1-k) = -\frac{B_k}{k},$$

où B_k sont les nombres de Bernoulli définis par

$$e^{Bt} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n t^n}{n!} = \frac{t\, e^t}{e^t - 1}.$$

On pose

$$\zeta_{(p)}^{(c)}(-k) = (1-p^k)(1-c^{k+1})\zeta(-k)$$

THÉORÈME 1 (Kummer). — *Pour tout polynôme $h(x) = \sum_{i=0}^n \alpha_i x^i \in \mathbf{Z}_p[x]$ sur l'anneau $\mathbf{Z}_p$ tel que $x \in \mathbf{Z}_p \Longrightarrow h(x) \in p^m\mathbf{Z}_p$ nous avons*

$$\sum_{i=0}^{n} \alpha_i\, \zeta_{(p)}^{(c)}(-i) \in p^m \mathbf{Z}_p \tag{1.1}$$

Cette propriété exprime le fait que les nombres $\zeta_{(p)}^{(c)}(-k)$ dependent de façon continue de k dans le sens p-adique :

Corollaire. — *Soient* $k_1, k_2 \in \mathbb{N}^*$, $k_1 \equiv k_2 \,(\bmod (p-1)p^{m-1})$, *alors*

$$\zeta_{(p)}^{(c)}(-k_1) \equiv \zeta_{(p)}^{(c)}(-k_2) \;(\bmod p^m)$$

En effet, il suffit de prendre $h(x) = x^{k_1} - x^{k_2}$.

Preuve du théorème 1 est impliquée par la formule connue. —

$$S_k(N) = \sum_{n=1}^{N-1} n^k \;=\; \frac{1}{k+1}[B_{k+1}(N) - B_{k+1}] \tag{1.2}$$

dans laquelle $B_k(x) = (x+B)^k = \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} B_i x^{k-i}$ est le polynôme de Bernoulli.

Théorème 2 (Mazur). — *Il existe une unique mesure* $\mu^{(c)}$ *sur* $\mathbb{Z}_p^\times$ *à valeurs dans* $\mathbb{Z}_p$ *telle que*

$$\int_{\mathbb{Z}_p^\times} x^k d\mu^{(c)} = \zeta_{(p)}^{(c)}(-k), \;\; k \geq 0$$

Remarque. — Théorème 1$\Longleftrightarrow$ théorème 2 (par l'intégration de h le long de $\mu^{(c)}$).

La fonction L p-adique de Kubota-Leopoldt est une fonction méromorphe $L_p : X \to \mathbb{C}_p^\times$ donnée par

$$L_p(x) :\, = \frac{\int_Y x d\mu^{(c)}}{1 - x(c)c}, \;\; x \in X \tag{1.3}$$

(avec un seul pôle simple en $x = y_p^{-1}$), la fonction (1.3) est indépendante du choix de c : pour tous les caractères de Dirichlet χ mod p^m, $\chi : \mathbb{Z}_p^\times \to \overline{\mathbb{Q}}^\times \hookrightarrow \mathbb{C}_p^\times$ on a

$$L_p(\chi y_p^k) = (1 - \chi(p)p^k)L(-k,\chi) \in i_p(\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}})).$$

En général, toute distribution sur Y à valeurs dans $\mathbb{Z}_p$ définit une fonction L p-adique

$$L_\mu : X \to \mathbb{C}_p, \;\; \mu(x) = \int_Y x(y)\, d\mu.$$

Si $\mathcal{D}(s,\chi) = \sum_{n\geq 1} \chi(n) c_n n^{-s}$ est une fonction L arithmétique tordue par un caractère de Dirichlet χ avec la propriété $\mathcal{D}^*(-k,\chi) \in \overline{\mathbb{Q}}$ pour un ensemble infini des couples k,χ (avec la fonction normalisée $\mathcal{D}^*(s,\chi)$ obtenue de $\mathcal{D}(s,\chi)$ en multipliant par des facteurs élémentaires), on construit d'habitude la fonction L p-adique correspondante $L = L_{\mu_\mathcal{D}}$ à partir des valeurs spéciales $\mathcal{D}^*(-k,\chi)$ de telle façon que

$$L_{\mu_\mathcal{D}}(\chi y_p^k) = \int_Y \chi y_p^k \, d\mu_\mathcal{D} = i_p(\mathcal{D}^*(-k,\chi)),$$

car l'existence d'une telle mesure est équivalente aux congruences de Kummer abstraites pour les valeurs spéciales $\mathcal{D}^*(-k,\chi)$. Les formules pour ces valeurs spéciales peuvent être assez compliquées, et on a besoin de méthodes très astucieuses pour obtenir ces congruences (comme les formules de type (1.2) dans la démonstration du Théorème 1). Pour les formes modulaires on utilise les symboles modulaires, les fractions continues, la méthode de Rankin etc., (voir [Ma73], [Ra52], [PLNM]).

Nous proposons une nouvelle construction pour associer à une suite de distributions Φ_j sur Y à valeurs dans un espace convenable $\mathcal{M} = \bigcup_{v\geq 0}\mathcal{M}(Np^v)$ des formes modulaires, une famille μ de mesures p-adiques sur Y à valeurs dans $\mathbb{C}_p$. Elles sont attachées à une valeur propre non nulle $\alpha \in \mathbb{C}_p, \alpha \neq 0$, de l'opérateur U d' Atkin-Lehner sur $\mathcal{M}$, et à une forme parabolique primitive f associée à valeur propre $\alpha \neq 0$. On dit qu'une forme parabolique primitive $f = \sum_{n\geq 1} a(n, f)e(nz) \in \mathcal{S}_k(\Gamma_0(N), \psi) \subset \mathcal{M}$ $(e(nz) = \exp(2\pi i nz))$ associée à valeur propre $\alpha \neq 0$ s'il existe une forme parabolique $f_0 = f_{0,\alpha} = \sum_{n\geq 1} a(n, f_0)e(nz)$ telle que $f_0 \mid U = \alpha f_0$ et $f_0 \mid T(\ell) = a(\ell)f_0$ pour tous les nombres premiers $\ell \nmid Np$)

Dans ce travail on construit des distributions p-adiques sur Y à valeurs scalaires à partir de distributions à valeurs dans des espaces de formes modulaires.

2. Distributions à valeurs dans les formes modulaires.

Soient $\mathcal{M}_k(\Gamma_1(N); A)$, $\mathcal{M}_k(\Gamma_0(N)\psi; A)$ les sous-A-modules de $A[[q]]$ engendrés par les q-développements $f = \sum_{n\geq 0} a_n(f)q^n \in \mathcal{M}_k(\Gamma_1(Np^m), \overline{\mathbb{Q}})$ de formes modulaires classiques à coefficients de Fourier algébriques $a_n(f) \in \overline{\mathbb{Q}}$ dans $i_p^{-1}(A)$. On pose $\mathcal{M} = \cup_{v\geq 0}\mathcal{M}(Np^v)$, où $\mathcal{M}(Np^v) = \mathcal{M}_k(\Gamma_1(Np^v); A)$, et $\mathcal{S} = \cup_{v\geq 0}\mathcal{S}(Np^v)$ le sous-A-module des formes paraboliques.

Exemples de distributions à valeurs dans $\mathcal{M}$. — Soit $\Phi : \mathcal{C}^1(Y, \mathbb{C}_p) \to \mathcal{M}$ une distribution sur Y à valeurs dans $\mathcal{M}$.

a) *Distributions d'Eisenstein.* Pour $s \in \mathbb{C}$ et $a, b \bmod N$ on pose (par prolongement analytique) :

$$E_{\ell,N}(z, s; a, b) = \sum (cz + d)^{-\ell}|cz + d|^{-2s} \quad (0 \neq (c, d) \equiv (a, b) \bmod N) .$$

À partir de cette série, on obtient les distributions d'Eisenstein : on pose $s = -r$, $0 \leq r \leq \ell - 1$,

$$\begin{aligned}E_{r,\ell,N}(a, b) :&= \frac{N^{\ell-2r-1}\Gamma(\ell - r)}{(-2\pi i)^{\ell-2r}(-4\pi y)^r} \sum_{a \bmod N} e(-ax/N)E_{\ell,N}(Nz, -r; x, b)\\
&= \varepsilon_{r,\ell,N}(a, b) + (4\pi y)^{-r} \sum_{0<dd', d\equiv a, d'\equiv b \bmod N} \operatorname{sgn} d\cdot d^{\ell-2r-1}W(4\pi dd'y, \ell - r, -r)\\
&\quad \cdot e(dd'z) \in \mathcal{M}_{r',\ell}(N), \text{ où } r' = \max(r, \ell - r - 1) ,\end{aligned}$$

$$W(y, \ell-r, -r) = \sum_{j=0}^{r}(-1)^j\binom{r}{j}\frac{\Gamma(\ell - r)}{\Gamma(\ell - r - j)}y^{r-j} , \quad \zeta(s; a, N) = \sum_{\substack{n\geq 1\\ n\equiv a (\bmod N)}} n^{-s} ,$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{r,\ell,N}(a, b) &= \frac{(-4\pi y)^s\Gamma(\ell + s)}{\Gamma(\ell + 2s)}\delta\left(\frac{b}{N}\right)\zeta(1 - \ell - 2s; a, N)\Big|_{s=-r}\\
&+ \frac{\Gamma(\ell + 2s - 1)}{(4\pi y)^{\ell+s-1}\Gamma(s)}\delta\left(\frac{a}{N}\right)\Big[\zeta(\ell + 2s - 1; b, N) + (-1)^{\ell+2s}\zeta(\ell + 2s - 1; - b, N)\Big]\Big|_{s=-r}\end{aligned}$$

Ces séries sont des formes modulaires *presque holomorphes* (voir ci-dessous) dans $\mathcal{M}_{r',\ell}(N)$, où $r' = \max(r, \ell - r - 1)$ mais dans certains cas on obtient des formes modulaires *holomorphes* (si, par exemple, $\ell \geq 3$, $r = 0$ ou $r = l - 1$) qui donnent des distributions sur $Y \times Y$ à valeurs dans $\mathcal{M}$:

$$E_{r,\ell}((a + (Mp^{v}) \times (b + (Mp^{v})) : = E_{r,\ell,Mp^{v}}(a, b) \in \mathcal{M}_{l}(M^{2}p^{2v}).$$

b) *Formes modulaires partielles.* Pour tout $f = \sum_{n\geq 0} a_n(f)q^n \in \mathcal{M}_k(\Gamma_1(N))$ on pose

$$\Phi_f(a + (Mp^{v})) : = \sum_{\substack{n\geq 0\\ n\equiv a(\bmod p^{v})}} a_n(f)q^n \in \mathcal{M}_k(NM^2p^{2v})$$

c) *Séries thêta partielles* (aussi avec un polynôme sphérique), voir [Hi85], § 1.

Remarques.

i) Pour tout caractère de Dirichlet χ mod Mp^{v} vu comme une fonction sur Y à valeurs dans $i_p(\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}})$, l'intégrale

$$\int_Y \chi(y)\, d\Phi_f = \Phi_f(\chi) = \sum_{n\geq 0} \chi(n)a_n(f)q^n \in \mathcal{M}_k(NM^2p^{2v}) \in \mathcal{M}_k(NM^2p^{2v})$$

coïncide donc avec la forme modulaire tordue f_χ.

ii) Les distributions a), b), c) sont bornées par rapport à la norme p-adique sur $\mathcal{M} = \cup_v \mathcal{M}_k(\Gamma_1(NM^2p^v), A) \subset A[[q]]$ définie pour $g = \sum_{n\geq 0} a(n, g)q^n \in \mathcal{M}_k(\Gamma_1(N), A)$ par $|g|_p = \sup_n |a(n, g)|_p$ (à une régularisation du terme constant près).

iii) À partir des distributions a), b), c) on peut en construire beaucoup d'autres en utilisant par exemple, la convolution multiplicative tordue sur Y (comme dans [Hi85], où la convolution d'une distribution thêta avec une distribution d'Eisenstein a été considérée).

Cependant il nous faut obtenir des distributions μ à valeurs scalaires (dans $\mathbb{Z}_p$ ou dans $\mathbb{C}_p$) à partir d'une suite des distributions Φ_j à valeurs dans $\mathcal{M}$. Cela se fait en deux temps :

La première étape est le passage de $\mathcal{M}$ à une partie $\mathcal{M}^\circ \subset \mathcal{M}$ de dimension finie fixe ; on utilise un projecteur convenable $\pi : \mathcal{M} \to \mathcal{M}^\circ$ de telle façon qu'on puisse contrôler les dénominateurs.

La deuxième étape est l'application d'une forme linéaire ℓ convenable à la suite des distributions $\pi(\Phi_j)$ pour pouvoir obtenir des valeurs spéciales de fonctions L comme certaines intégrales p-adiques par rapport à $\ell(\pi(\Phi))$.

3. Première étape : projecteurs sur des sous-espaces de dimension finie.

La première idée est d'utiliser *l'opérateur de la trace*

$$Tr_N^{Np^v} f = \sum_{\gamma\in\Gamma_0(Np^v)\backslash\Gamma_0(N)} f\mid_k \gamma.$$

On obtient après la normalisation un projecteur $\pi(f) = [\Gamma_0(N) : \Gamma_0(Np^v)]^{-1} Tr_N^{Np^v} f$ qui est bien défini mais qui introduit des dénominateurs inacceptables.

La deuxième idée est d'utiliser l'opérateur $U = U_p$ d'Atkin-Lehner qui agit sur $\mathcal{M}$ et sur $\mathcal{S}$ par $g \mid U = \sum_{n\geq 0} a(pn,g)q^n$, où $g = \sum_{n\geq 0} a(n,g)q^n \in \mathcal{M} \subset A[[q]]$, $a(n,g) \in A$.

Soit $\alpha \in \mathbb{C}_p$ une valeur propre non nulle de l'opérateur $U = U_p$ d'Atkin-Lehner sur $\mathcal{M}$, associée à une forme parabolique primitive $f = \sum_{n\geq 1} a(n,f)e(nz) \in \mathcal{S}_k(\Gamma_0(N),\psi) \subset \mathcal{M}$.

Dans le cas ordinaire $|\alpha|_p = 1$ une construction du projecteur π provient de l'opérateur idempotent $e = \lim_{r\to\infty} U(p)^{r!}$ de Hida [Hi93] qui agit sur les formes modulaires p-adiques et dont l'image se trouve dans un sous-espace $\mathcal{M}^{\mathrm{ord}} \subset \mathcal{M}$ de dimension finie ("la partie ordinaire de $\mathcal{M}$"). Puis on obtient $\mu_{\alpha,\Phi,f} = \ell_f(e\Phi)$ pour une forme linéaire convenable $\ell_f \in \mathcal{M}^{\mathrm{ord}\,*}$.

4. Une nouvelle construction.

Elle fournit une méthode assez simple pour associer à une distribution Φ sur Y à valeurs dans un espace convenable $\mathcal{M} = \bigcup_{\nu\geq 0} \mathcal{M}(Np^\nu)$ de formes modulaires, une famille $\mu_{\alpha,\Phi,f}$ de mesures p-adiques sur Y attachées à une valeur propre non nulle α. Cette construction ne nécessite pas de passage à la limite p-adique et n'utilise en fait que l'algèbre linéaire dans les espaces vectoriels de dimension finie.

DEFINITION 4.1.

a) Pour un $\alpha \in A$ on pose $\mathcal{M}^{(\alpha)} = \mathrm{Ker}(U - \alpha I)$ le sous-A-module de $\mathcal{M}$ des fonctions propres (de valeur propre α).

b) On pose $\mathcal{M}^\alpha = \cup_{n\geq 1} \mathrm{Ker}(U - \alpha I)^n$ le sous-A-module α-primaire de $\mathcal{M}$.

c) On pose $\mathcal{M}^\alpha(Np^m) = \mathcal{M}^\alpha \cap \mathcal{M}(Np^m)$, $\mathcal{M}^{(\alpha)}(Np^m) = \mathcal{M}^{(\alpha)} \cap \mathcal{M}(Np^m)$.

PROPOSITION 4.2. — *Soit $A = \overline{\mathbb{Q}}_p$. On pose $N_0 = Np$, alors $U^m(\mathcal{M}(N_0p^m)) \subset \mathcal{M}(N_0)$.*

Preuve. — Elle découle de la formule connue [Se73],

$$U^m = p^{m(k/2-1)} W_{N_0p^m} \mathrm{Tr}_{N_0}^{N_0p^m} W_{N_0},$$

où $g|_k W_N(z) = (\sqrt{N}z)^{-k} g(-1/Nz) : \mathcal{M}(N) \to \mathcal{M}(N)$ l'involution (sur les complexes) de niveau N.

PROPOSITION 4.3. — *Soit $A = \overline{\mathbb{Q}}_p$ et soit α un élément $\neq 0$ de A ; alors*

a) $(U^\alpha)^m : \mathcal{M}^\alpha(N_0p^m) \xrightarrow{\sim} \mathcal{M}^\alpha(N_0p^m)$ est un opérateur $\overline{\mathbb{Q}}_p$-linéaire inversible, où $U^\alpha = U|_{\mathcal{M}^\alpha(N_0p^m)}$, $N_0 = Np$.

b) Le $\overline{\mathbb{Q}}_p$-sous-espace vectoriel $\mathcal{M}^\alpha(N_0p^m) = \mathcal{M}^\alpha(N_0)$ ne dépend pas de m.

c) Soit $\pi_{\alpha,m} : \mathcal{M}(N_0p^m) \to \mathcal{M}^\alpha(N_0p^m)$ le projecteur sur le sous-espace α-primaire de U (de noyau $\mathrm{Ker}\,\pi_{\alpha,m} = \bigcap_{n\geq 1} \mathrm{Im}(U - \alpha I)^n = \oplus_{\beta\neq\alpha} \mathcal{M}^\beta(N_0p^m)$), alors le diagramme suivant est commu-

tatif

$$\begin{array}{ccccc} & \mathcal{M}(N_0p^m) & \xrightarrow[\pi_{\alpha,m}]{} & \mathcal{M}^\alpha(N_0p^m) & \\ U^m & \downarrow & & \downarrow \wr & (U^\alpha)^m \\ & \mathcal{M}(N_0) & \xrightarrow[\pi_{\alpha,0}]{} & \mathcal{M}^\alpha(N_0) & \end{array}$$

Preuve. — Selon la théorie de la réduction des endomorphismes d'espaces vectoriels sur un corps K, le projecteur $\pi_{\alpha,m}$ sur le sous-espace α-primaire $\bigcup_{n\geq 1}\mathrm{Ker}(U-\alpha I)^n$ de noyau $\bigcap_{n\geq 1}\mathrm{Im}(U-\alpha I)^n$ s'exprime comme un polynôme de U à coefficients dans K, donc $\pi_{\alpha,m}$ commute avec U. D'autre part, la restriction de $\pi_{\alpha,m}$ sur $\mathcal{M}(N_0)$ coïncide avec $\pi_{\alpha,0}:\mathcal{M}(N_0)\to\mathcal{M}^\alpha(N_0)$ car son image est

$$\bigcup_{n\geq 1}\mathrm{Ker}(U-\alpha I)^n\cap\mathcal{M}(N_0)=\bigcup_{n\geq 1}\mathrm{Ker}(U\mid_{\mathcal{M}(N_0)}-\alpha I)^n$$

et son noyau est

$$\bigcap_{n\geq 1}\mathrm{Im}(U-\alpha I)^n\cap\mathcal{M}(N_0)=\bigcap_{n\geq 1}\mathrm{Im}(U\mid_{\mathcal{M}(N_0)}-\alpha I)^n.$$

5. Distributions à valeurs dans les formes modulaires p-adiques.

Soit $g=\sum_{n\geq 0}a(n,g)q^n\in\mathcal{M}_k(\Gamma_1(N),A)$, alors $|g|_p=\sup_n|a(n,g)|_p$ est bien défini et donne une norme p-adique sur $\mathcal{M}=\cup_{m\geq 0}\mathcal{M}_k(\Gamma_1(Np^m),A)\subset A[[q]]$; on note par $\overline{\mathcal{M}}$ l'adhérence de $\mathcal{M}$ dans $A[[q]]$ pour cette norme. Soit V un A-module normé.

DÉFINITION 5.1. — *Soit $\alpha\neq 0$ une valeur propre non nulle de l'opérateur U sur l'espace $\mathcal{M}$. La partie α-primaire Φ^α d'une distribution Φ sur Y à valeurs dans $\mathcal{M}$ est donnée par $\int_Y\varphi\Phi^\alpha\ :\ =(U^\alpha)^{-m}\pi_{\alpha,0}\Big(\big(\int_Y\varphi\ d\Phi\big)\mid U^m\Big)\in\mathcal{M}^\alpha$ pour toute $\varphi\in\mathcal{C}^1(Y,A)$ et tout p^m assez grand (tel que $\int_Y\varphi\ d\Phi$ est une combinaison linéaire finie dans $\mathcal{M}(N_0p^m)$).*

On pose $\Phi(a+(Mp^v))=\int_Y\delta_{a+(Mp^v)}d\Phi$ où $\delta_{a+(Mp^v)}$ désigne la fonction caractéristique d'un ouvert $a+(Mp^v)\subset Y$; alors il existe $v'\in\mathbb{N}$ tel que

$$\Phi(a+(Mp^v))=\Phi(\delta_{(a+(Mp^v))})\in\mathcal{M}(Np^{v'+1}),$$

et la partie α-primaire Φ^α de Φ est donnée par

$$\Phi^\alpha(a+(Mp^v))=(U^\alpha)^{-v'}\left[\pi_{\alpha,0}(\Phi(a+(Mp^v))\mid U^{v'}\right].\qquad(5.1)$$

6. Théorème principal.

Soient $\Phi_j:\mathcal{C}^1(Y,A)\to\mathcal{M}$ une famille de distributions (non nécessairement bornées) $(j=0,1,\ldots,r^*,r^*\geq 1)$.

THÉORÈME 3. — *Soit* $0 < |\alpha|_p < 1$ *et* $h = [\mathrm{ord}_p\, \alpha] + 1$. *Supposons qu'il existe* $\varkappa \in \mathbb{N}^*$ *tel que pour tous les* $j = 0, 1, \ldots, \varkappa h - 1$ *et pour tout* $v \geq 1$,

$$\Phi_j(a + (Mp^v)) \in \mathcal{M}(N_0 p^{v\varkappa}). \tag{6.1}$$

Supposons qu'il existe $v_0 \in \mathbb{N}$ *tel que pour tout* $v \geq v_0$ *et pour* $j = 0, 1, \ldots, \varkappa h - 1$ *les distributions* $U^{\varkappa v}(\Phi_j)$ *sont bornées et que l'estimation soit satisfaite :*

$$\left| (U^{\varkappa v}\Phi_j)(a + (Mp^v)) - \int_{a+(Mp^v)} y_p^j d(U^{\varkappa v}(\Phi_0(y))) \right|_p < Cp^{-vh\varkappa} \tag{6.2}$$

où on pose $C = \max_{a,v} |U^{\varkappa v_0}(\Phi_0)(a + (Mp^v))|_p$. *Alors l'application linéaire*

$$\tilde{\Phi}^\alpha : \mathcal{C}^{h\varkappa}(Y, A) \to \mathcal{M}^\alpha \subset \mathcal{M}$$

donnée par

$$\int_{a+(Mp^v)} y_p^j d\tilde{\Phi}^\alpha = \Phi_j^\alpha(a + (Mp^v))$$

(pour tout $j = 0, 1, \ldots, h\varkappa - 1$*), est une mesure* $h\varkappa$*-admissible.*

Preuve. — On vérifie d'abord l'estimation suivante : pour tous les ouverts $a + (Mp^v)$, pour tous les $j = 0, 1, \ldots, \varkappa h - 1$,

$$\left| U^{\varkappa v} \sum_{j=0}^{t} \binom{t}{j} (-a_p)^{t-j} \Phi_j(a + (Mp^v)) \right|_p \leq C|p^v|_p^t = Cp^{-vt} \tag{6.3}$$

pour une constante $C > 0$. En effet on peut supposer $v \geq v_0$ donc par l'hypothèse

$$| \int_{a+(Mp^v)} y_p^j d(U^{\varkappa v}(\Phi_0(y))) - (U^{\varkappa v}\Phi_j)(a + (Mp^v)) \,|_p < Cp^{-vh\varkappa}.$$

On pose

$$\Psi_j(a + (Mp^v) = \int_{a+(Mp^v)} y_p^j d(U^{\varkappa v}(\Phi_0(y))) - (U^{\varkappa v}\Phi_j)(a + (Mp^v))$$

donc

$$\int_{a+(Mp^v)} y_p^j d(U^{\varkappa v}(\Phi_0(y))) = (U^{\varkappa v}\Phi_j)(a + (Mp^v)) + \Psi_j(a + (Mp^v)) \tag{6.4}$$

et $|\ \Psi_j(a + (Mp^v))\ |_p < Cp^{-vh\varkappa}$. La substitution de (6.4) dans la partie gauche de (6.3) donne

$$\begin{aligned} &U^{\varkappa v} \sum_{j=0}^{t} \binom{t}{j} (-a_p)^{t-j} \Phi_j(a + (Mp^v)) = \\ &\sum_{j=0}^{t} \binom{t}{j} (-a_p)^{t-j} (\int_{a+(Mp^v)} y_p^j d(U^{v\varkappa}(\Phi_0(y))) + \Psi_j(a + (Mp^v)) = \\ &\int_{a+(Mp^v)} (y_p - a_p)^t d(U^{v\varkappa}(\Phi_0(y))) + \sum_{j=0}^{t} \binom{t}{j} (-a_p)^{t-j} \Psi_j(a + (Mp^v)) \end{aligned} \tag{6.5}$$

et $|\ (y_p - a_p)^t\ |_p \leq p^{-\nu t}$ sur $a + (Mp^\nu)$ donne l'estimation cherchée de la partie droite de (6.3). Puis, il suffit de vérifier la condition de croissance 1.1 d) pour la suite des distributions $\Phi_j^\alpha(a + (Mp^\nu)) \in \mathcal{M}^\alpha(N_0 p^{\nu\varkappa})$. On a $U = \alpha I + Z$, $Z^n = 0$ sur $\mathcal{M}^\alpha(N_0)$, $n = rk_A$, $\mathcal{M}^\alpha(N_0 p^\nu) = \mathcal{M}^\alpha(N_0)$.

D'autre part, par les conditions du théorème

$$\begin{aligned} \int_{a+(Mp^\nu)} (y_p - a_p)^t d\tilde{\Phi}^\alpha &= \sum_{j=0}^{t} \binom{t}{j} (-a_p)^{t-j} \Phi_j^\alpha(a + (Mp^\nu)) \\ &= \alpha^{-\nu\varkappa} \alpha^{\nu\varkappa} U^{-\nu\varkappa} \left[\pi_{\alpha,0} U^{\nu\varkappa} \left(\sum_{j=0}^{t} \binom{t}{j} (-a_p)^{t-j} \Phi_j(a + (Mp^\nu)) \right) \right]. \end{aligned} \tag{6.6}$$

Les opérateurs $\alpha^{\nu\varkappa} U^{-\nu\varkappa} = (\alpha^{-1}U)^{-\nu\varkappa} = \sum_{i=0}^{n-1} \binom{-\nu\varkappa}{i} (\alpha^{-1}Z)^i$ sont uniformément bornés par une constante $C_1 > 0$ donc la condition (6.3) appliquée à (6.6) donne

$$\left| \int_{a+(Mp^\nu)} (y_p - a_p)^t d\tilde{\Phi}^\alpha \right|_p \leq C \cdot C_1 |\alpha|_p^{-m\varkappa} |p^\nu|_p^t = o(p^{\nu(h\varkappa - t)})$$

lorsque $\nu \to \infty$ car $|\alpha|_p = |p|^{\mathrm{ord}_p \alpha}$, $\mathrm{ord}_p \alpha < h$, $|p^\nu|_p^{-\varkappa \,\mathrm{ord}_p \alpha} = o(p^{\nu\varkappa h})$ (lorsque $\nu \to \infty$) et $C = \max_{a,\nu} |U^{\varkappa\nu_0}(\Phi_0)(a + (Mp^\nu))|_p$.

7. Deuxième étape : application d'une forme linéaire convenable.

Soit $\alpha \in \overline{\mathbb{Q}} \subset \mathbb{C}$ une valeur propre non nulle de U sur $\mathcal{M}(\mathbb{C})$ attachée à une forme parabolique primitive $f \in \mathcal{S}_k(\Gamma_0(N), \psi)$ et soit $f_0 = f_{0,\alpha}$ une fonction propre $(f_0 | U = \alpha f_0)$, on pose $f^0 = f_0^\rho | W_{N_0}$, $f_0^\rho = \sum_{n \geq 1} \overline{a_n(f_0)} q^n$, $W_{N_0} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ N_0 & 0 \end{pmatrix}$.

Proposition 7.1.

a) $U^* = W_{N_0}^{-1} U W_{N_0}$ *dans* $\mathcal{S}_k(\Gamma_1(N_0), \mathbb{C})$, *l'opérateur adjoint par rapport au produit scalaire de Petersson.*

b) $f^0 | U^* = \bar{\alpha} f^0$, *et pour tous les bons nombres premiers* $l \nmid Np$, $T_l f^0 = a_l(f) f^0$.

c) La forme linéaire $g \mapsto \langle f^0, g \rangle$ *sur* $\mathcal{M}(\Gamma_1(N_0), \mathbb{C})$ *s'annule sur* $\mathrm{Ker}\, \pi_{\alpha,0}$, *où* $\pi_{\alpha,0} : \mathcal{M}(\Gamma_1(N_0), \mathbb{C}) \to \mathcal{M}^\alpha(\Gamma_1(N_0), \mathbb{C})$ *(le projecteur sur le sous-espace* α*-primaire de noyau* $\mathrm{Ker}\, \pi_{\alpha,0} = \mathrm{Im}(U - \alpha I)^n$*) donc*

$$\langle f^0, g \rangle = \langle f^0, \pi_{\alpha,0}(g) \rangle.$$

d) Si $g \in \mathcal{M}(Np^{\nu+1}, \overline{\mathbb{Q}}) = \mathcal{M}(N_0 p^\nu, \overline{\mathbb{Q}})$ *et* $\alpha \neq 0$, *on a*

$$\langle f^0, g^\alpha \rangle = \alpha^{-\nu} \langle f^0, g \mid U^\nu \rangle$$

où

$$g^\alpha = \pi_\alpha(g) = (U^\alpha)^{-\nu} \pi_{\alpha,0}(g \mid U^\nu) \in \mathcal{M}^\alpha(Np)$$

est la partie α*-primaire de* $g \in \mathcal{M}(Np^{\nu+1})$.

e) On pose

$$\mathcal{L}_{f,\alpha}(g) = \frac{\langle f^0, \alpha^{-v} g|U^v\rangle}{\langle f^0, f_0\rangle},$$

alors $\mathcal{L}_{f,\alpha} : \mathcal{M}(Np^{v+1}; \overline{\mathbb{Q}}) \to \overline{\mathbb{Q}}$ *(la forme linéaire* $\mathcal{L}_{f,\alpha}$ *sur* $\mathcal{M}(\Gamma_1(Np), \mathbb{C})$ *est définie sur* $\overline{\mathbb{Q}}$*) et il existe une unique forme A-linéaire* $\ell_{f,\alpha} \in \mathcal{M}^{\alpha}(N_0)^*$ *telle que*

$$i_p^{-1}(\ell_{f,\alpha}(g^{\alpha})) = \frac{\langle f^0, \alpha^{-v} U^v(g)\rangle}{\langle f^0, f_0\rangle}$$

(pour toute forme modulaire g à coefficients dans $i_p^{-1}(A)$*).*

Preuve de Proposition 7.1.

a) Voir [Miy], Th. 4.5.5.

b) $f^0|U^* = f_0^{\rho} \mid W_{Np} W_{Np}^{-1} U W_{Np} = \bar{\alpha} f_0^{\rho} \mid W_{Np} = \bar{\alpha} f^0$.

c) Pour toute fonction

$$g_1 = (U - \alpha I)^n g \in \operatorname{Ker} \pi_{\alpha,0} = \operatorname{Im}(U - \alpha I)^n$$

on a

$$\langle f^0, g_1\rangle = \langle f^0, (U - \alpha I)^n g\rangle = \langle (U^* - \bar{\alpha} I) f^0, (U - \alpha I)^{n-1} g\rangle = 0$$

donc pour $g_1 = g - \pi_{\alpha,0}(g)$ nous avons

$$\langle f^0, g\rangle = \langle f^0, \pi_{\alpha,0}(g) + (g - g^{\alpha})\rangle = \langle f^0, \pi_{\alpha,0}(g)\rangle + \langle f^0, g_1\rangle = \langle f^0, \pi_{\alpha,0}(g)\rangle$$

d) Utilisons directement l'égalité $(U^*)^v f^0 = \bar{\alpha}^v f^0$ de b) :

$$\alpha^v \cdot \langle f^0, g^{\alpha}\rangle = \langle (U^*)^v f^0, U^{-v} \pi_{\alpha,0}(g \mid U^v)\rangle = \langle f^0, \pi_{\alpha,0}(g \mid U^v)\rangle = \langle f^0, g \mid U^v\rangle$$

par c) car $g \mid U^v \in \mathcal{M}(Np)$.

e) On remarque que $\mathcal{L}_{f,\alpha}(f_0) = 1$, $f_0 \in \mathcal{M}(Np; \overline{\mathbb{Q}})$; considérons l'espace vectoriel complexe

$$\operatorname{Ker} \mathcal{L}_{f,\alpha} = \langle f^0\rangle^{\perp} = \{g \in \mathcal{M}(Np; \mathbb{C}) \mid \langle f^0, g\rangle = 0\}$$

qui admet une base $\overline{\mathbb{Q}}$-rationnelle car il est stable par tous les “bons” opérateurs de Hecke T_l ($l \nmid Np$) :

$$\langle f^0, g\rangle \Longrightarrow \langle f^0, T_l g\rangle = \langle T_l^* f^0, g\rangle = 0$$

et on obtient une telle base par la diagonalisation de l'action de tous les T_l (une famille commutative d'opérateurs normaux) ce qui entraîne e).

8. Lien avec les fonctions L : convolutions des séries d'Eisenstein.

Soit $\xi \bmod M$ un caractère de Dirichlet auxiliaire $\xi : Y \to A^*$, $Y \xrightarrow{y_p} \mathbb{Z}_p^*$, $Y = \varprojlim Y_{Mp^v}$, $Y_{Mp^v} = (\mathbb{Z}/Mp^v\mathbb{Z})^*$. Considérons deux distributions d'Eisenstein

$$E_{0,\ell,Mp^v}(\xi, b) = \sum_{a \in Y_{Mp^v}} \xi(a) E_{0,\ell}(a, b; Mp^v) \in \begin{cases} \mathcal{M}_{0,\ell} & \text{si } \xi \neq 1 \\ \mathcal{M}_{1,\ell} & \text{si } \xi = 1, \ell = 1, 2 \end{cases}$$

$$E_{r,\ell,Mp^v}(a) = \sum_{b \in Y_{Mp^v}} E_{r,\ell,Mp^v}(a, b) \in \mathcal{M}_{r',\ell},\ r' = \max(r, \ell - r - 1)\,.$$

PROPOSITION 8.1. — *Soient $\chi, \psi : Y \to A^\times$ deux caractères de Dirichlet* $\bmod Mp^v$*,*

a) Soit $f \in \mathcal{S}_k(N,\psi)$, $k \geq 2$, $\Phi_j(a)_{Mp^v} = \sum_{y\in Y_{Mp^v}} \psi\overline{\xi}(y)E_{0,k-1-j}(\xi, ya)E_{j,1+j}(y)$ une convolution tordue, $j = 0,\ldots,k-2$. Alors

$$\Phi_j(\chi) = E_{0,k-1-j}(\xi,\chi)E_{j,1+j}(\psi\overline{\xi\chi}).$$

b) Les valeurs spéciales de la fonction $L_f(s,\chi) = \sum_{n\geq 1}\chi(n)a_n(f)n^{-s}$ satisfont l'égalité suivante

$$\langle f^0, \Phi_j(\chi)\rangle_{Np} = \frac{G(\chi)\Gamma(j+1)L_f(k-1,\overline{\xi})L_f(j+1,\overline{\chi})}{(-2\pi i)^{j+k}}\cdot t,$$

(où $G(\chi)$ est la somme de Gauss et $t \in \overline{\mathbb{Q}}^*$ est une constante élémentaire explicite indépendante de χ et de j).

c) La suite Φ_j produit une mesure h-admissible $\mu_{f,\alpha}$ qui interpole les valeurs critiques

$$\frac{\alpha^{-v}G(\chi)\Gamma(j+1)L_f(j+1,\overline{\chi})L_f(k-1,\overline{\xi})}{(-2\pi i)^{j+k}\langle f,f\rangle}$$

pour les caractères de Dirichlet χ primitifs $\bmod Mp^v$ (comparer avec [Vi76]).

Preuve de la proposition 8.1.

a) C'est une propriété générale des convolutions multiplicatives (voir [Hi85]).

b) Impliquée par la méthode de Rankin-Selberg pour la convolution

$$D(s,f,g) = L_N(2s+2-l,\psi\overline{\xi\chi})\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n n^{-s},$$

où ξ est un caractère de Dirichlet ξ non trivial auxiliaire et les nombres

$$b_n = \sigma_{l-1,\bar{\chi},\bar{\xi}}(n) = \sum_{d|n,d>0}\bar{\chi}(d)\bar{\xi}(n/d)d^{l-1}$$

sont les coefficients de Fourier d'une certaine série d'Eisenstein $g = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \exp(2\pi i n z)$ de poids l (et de caractère de Dirichlet $\bar{\chi}\bar{\xi}$) si $\chi\xi(-1) = (-1)^l$ donc

$$L_g(s) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n n^{-s} = L(s-l+1,\bar{\chi})L(s,\bar{\xi})$$

et on sait par le lemme de Rankin ([Ra52], voir aussi [Hi85], [Man-Pa]) que $D(s,f,g)$ s'exprime par $L_f(s-l+1,\bar{\chi})L_f(s,\bar{\xi})$. Pour obtenir la représentation intégrale de b) on évalue la fonction $L_f(s-l+1,\bar{\chi})L_f(s,\bar{\xi})$ en $s = k-1$, et on pose $l = k-j-1$, avec $1 \leq l \leq k-1$).

c) On vérifie coefficient-par-coefficient que les distributions Φ_j satisfont les conditions (6.1), (6.2). Puis on applique directement le théorème 3 et la proposition 7.1 c), d) pour obtenir les mesures h-admissibles cherchées $\mu_{f,\alpha}$ sous la forme $\mu_{f,\alpha} = \ell_{f,\alpha}(\tilde{\Phi}^\alpha)$.

9. Application aux produits triples : cas admissible.

Considérons l'espace vectoriel

$$\mathcal{M} : = \bigcup_{m\geq 0} \mathcal{M}_k(\Gamma_1(Np^\nu))^{\otimes 3}$$

et soit $L(f \otimes g \otimes h, s)$ la fonction L triple associée à $f \otimes g \otimes h \in \mathcal{S}_k(\Gamma_1(N))^{\otimes 3}$ avec une valeur propre *non nulle* $\alpha\beta\gamma$, alors

$$f_0 \otimes g_0 \otimes h_0 \in \mathcal{S}_k(\Gamma_1(Np))^{\otimes 3}$$

est une fonction propre de $U^{\otimes 3}$ sur $\mathcal{M}$, et $f^0 \otimes g^0 \otimes h^0$ est une fonction propre de $(U^*)^{\otimes 3}$. Utilisons la restriction sur la diagonale $\Phi = E_k^3(z_1, z_2, z_3) \in \mathcal{M}$ de la distribution de Siegel-Eisenstein (voir [PIsr]) vue comme une série formelle de Fourier. On obtient une suite des distributions Φ_j sur Y^3 à valeurs dans $\mathcal{M}$ en utilisant l'action de certains opérateurs différentiels sur Φ (voir [PTr]).

On pose

$$l_{f\otimes g\otimes h,\alpha\beta\gamma}(\Phi_j) : = i_p\left(\frac{\langle f^0 \otimes g^0 \otimes h^0, \Phi_j^{\alpha\beta\gamma}\rangle}{\langle f^0, f_0\rangle\langle g^0, g_0\rangle\langle h^0, h_0\rangle}\right)$$

Théorème 4. — *On pose $h = [2\mathrm{ord}_p(\alpha\beta\gamma)] + 1$. Il existe une suite de distributions $l_{f\otimes g\otimes h,\alpha\beta\gamma}(\Phi_j)$ sur Y^3 à valeurs dans $\mathcal{M}^\alpha \subset \mathcal{M}$ qui produit une mesure h-admissible $l_{f\otimes g\otimes h,\alpha\beta\gamma}(\Phi)$ telle que les intégrales $l_{f\otimes g\otimes h,\alpha\beta\gamma}(\Phi)(\chi_1 \otimes \chi_2 \otimes \chi_3)$ sur les caractères $\chi_1 \otimes \chi_2 \otimes \chi_3$ coïncident avec les valeurs spéciales $L^*(f_{\chi_1} \otimes g_{\chi_2} \otimes h_{\chi_3}, k + j)$, $j = 0, \ldots, k-2$, où la normalisation de L^* inclut des sommes de Gauss, produits scalaires de Petersson, puissances de π, $\alpha\beta\gamma$.*

Preuve. — L'existence de $l_{f\otimes g\otimes h,\alpha\beta\gamma}(\Phi)$ découle de la suite Φ_j à l'aide du Théorème 3 avec $\varkappa = 2$, $j = 0, \ldots, k-2$, et l'égalité est impliquée par la formule intégrale de Garrett-Harris [GaHa], voir aussi [LBP], [PTr].

Références bibliographiques

[AV] Y. Amice, J. Vélu. — *Distributions p-adiques associées aux séries de Hecke*, Astérisque **24–25** (1975), pp.119–131.

[Co] J. Coates. — *On p-adic L-functions*, Séminaire Bourbaki, 40ème année, 1987–88, n° 701, Astérisque Novembre, 1988 (1989), 177-178.

[Co-PeRi] J. Coates, B. Perrin-Riou. — *On p-adic L-functions attached to motives over* **Q**, Advanced Studies in Pure Math. **17** (1989), 23-54.

[Colm98] P. Colmez. — *Fonctions L p-adiques*, Séminaire Bourbaki, 51 ème année, 1998–99, n° 851, Novembre 1998, 1998.

[Hi85] H. Hida. — *A p-adic measure attached to the zeta functions associated with two elliptic cusp forms, I*, Invent. Math. **79** (1985), pp.159-195.

[Hi93] H. Hida. — *Elementary theory of L-functions and Eisenstein series*, Cambridge Univ. Press, 386 p, 1993.

[GaHa] P. B. Garrett, Michael Harris. — *Special values of triple product L-functions*, Am. J. Math. **115, No.1** (1993), pp.161-240.

[Ka76] N. M. Katz. — *p-adic interpolation of real analytic Eisenstein series*, Ann. of Math. **104** (1976), pp.459-571.

[LBP] Y.-H. Le Bras, A.A.Panchishkin. — *Sur les produits triples Λ-adiques*, à paraître dans : Communications in Algebra octobre (2001), 12 p.

[Ma73] Yu.I. Manin. — *Periods of cusp forms and p-adic Hecke series*, Mat. Sbornik **92** (1973), pp.378-401.

[Miy] T. Miyake. — *Modular forms. Transl. from the Japanese by Yoshitaka Maeda*, Berlin etc. : Springer-Verlag. viii, 335 p, 1989.

[PLNM] A.A. Panchishkin. — *Non–Archimedean L-functions of Siegel and Hilbert modular forms*, Lecture Notes in Math., **1471**, Springer-Verlag, 166 p, 1991.

[PTr] A.A. Panchishkin. — *Produits triples des formes modulaires et leur interpolation p–adique par la méthode d'Amice–Vélu*, Manuscript de l'exposé au Colloque à la mémoire d'Yvette Amice mars (1994), pp.1-27.

[PIsr] A.A. Panchishkin. — *On the Siegel–Eisenstein measure*, Israel Journal of Mathematics **Vol. 120, Part B** (2000), pp.467-509 .

[PIAS] A.A. Panchishkin. — *On p-adic integration in spaces of modular forms and its applications*, Preprint of IAS January (2000), pp.1-31.

[Ra52] R.A. Rankin . — *The scalar product of modular forms*, Proc. London math. Soc **2 (3)** (1952), pp.198-217.

[Se73] J.-P. Serre. — *Formes modulaires et fonctions zêta p-adiques*, Lecture Notes in Math **350** (1973), pp.191-286.

[Vi76] M. M. Višik. — *Non-archimedean measures connected with Dirichlet series*, Math. USSR Sb. **28** (1976), pp.216-228.

– ◊ –

Université de Grenoble I
Institut Fourier
UMR 5582 CNRS-UJF
UFR de Mathématiques
B.P. 74
38402 ST MARTIN D'HÈRES Cedex (France)

(4 mars 2002)