Réductions de points d'ordre infini sur les groupes algébriques

Il y a plus de 50 ans, Hasse a montré que l'ensemble des nombres premiers divisant au moins un entier de la forme $2^n + 1$ admet une densité naturelle égale à $17/24$. On peut interpréter ce résultat comme un énoncé concernant le point rationnel (d'ordre infini) $2 \in \mathbb{G}_m(\mathbb{Q})$. Ce point de vue amène à la question générale suivante : soit A un groupe algébrique commutatif sur un corps de nombres K, soit $\alpha \in A(K)$ un point d'ordre infini et soit ℓ un nombre premier. Pour "combien" de places $\mathfrak{p}$ de K a-t-on que ℓ ne divise pas l'ordre de $(\alpha \bmod \mathfrak{p})$?

Dans cet exposé je décrirai un cadre général dans lequel traiter cette question et d'autres similaires, et je donnerai une réponse sous l'hypothèse que A est le produit d'un tore et d'une variété abélienne. Je donnerai ensuite quelques conséquences intéressantes de ce résultat, en particulier pour le cas où A est une courbe elliptique.

Il s'agit d'un travail en commun avec Antonella Perucca (Université du Luxembourg).