Interrogation du 4 décembre, 30 minutes.
Documents, calculatrices et portables interdits.

NOM, Prénom :

(1) La forme différentielle $\omega_1 = ydx - xdy$ est-elle fermée sur son domaine de définition ? exacte sur $\mathbb{R}^2$? Si oui en donner un potentiel.

(2) Même question pour $\omega_2 = ydx + xdy$

(3) Exprimer $\int_\gamma \omega_1$ sous forme d'une intégrale réelle pour γ l'arc de courbe fermé $x(t) = \cos(t), y(t) = \sin(t)^3, t \in [0, \pi]$. Déterminer l'aire du domaine bordé par γ. On donne $\int_0^\pi \cos(t)^4 dt = \int_0^\pi \sin(t)^4\, dt = 3\pi/8$ et $\int_0^\pi \sin(t)^2 \cos(t)^2 = \pi/8$.

(4) Donner la nature de l'ensemble des solutions de $ty'' + (t^2 - 1)y' + y = 0$

(5) Donner la solution générale de $y' = t^2 y$

(6) Donner la solution générale de $y'' + 4y = \sin(t)$.

(7) Déterminer les solutions constantes de l'équation $y' = ty(y-1)$. On considère la solution de cette équation avec condition initiale $y(0) = 1/2$. Que peut-on dire de son comportement lorsque $t \to +\infty$?