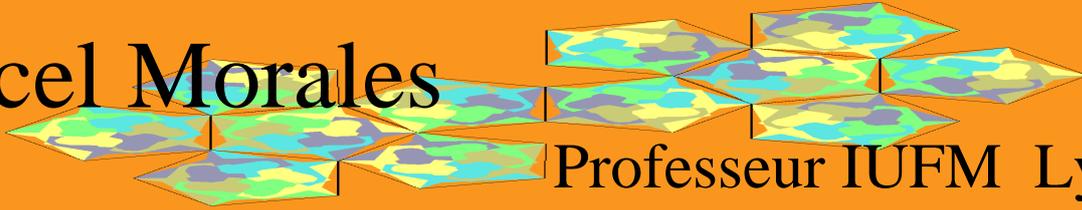


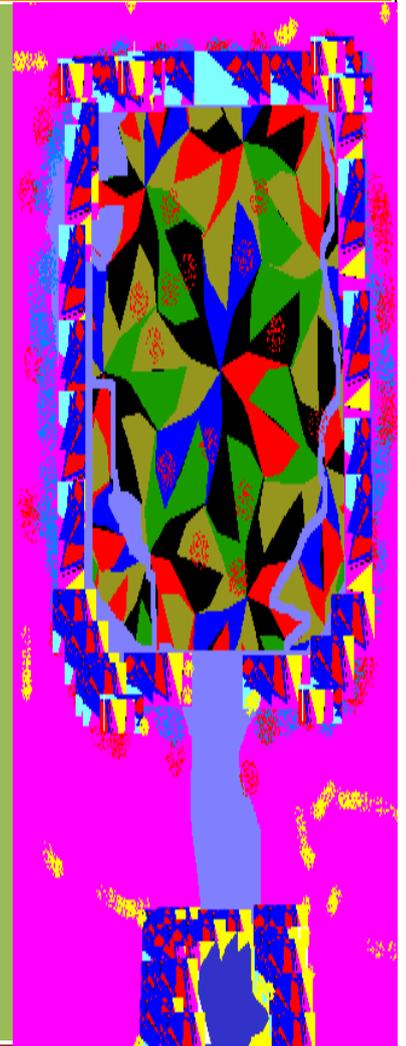
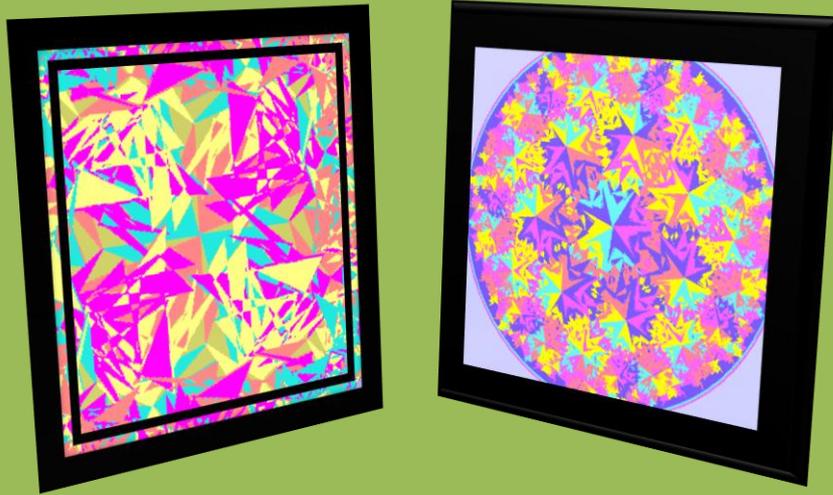
Marcel Morales



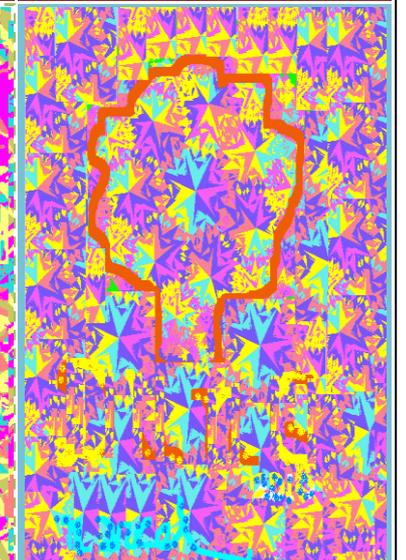
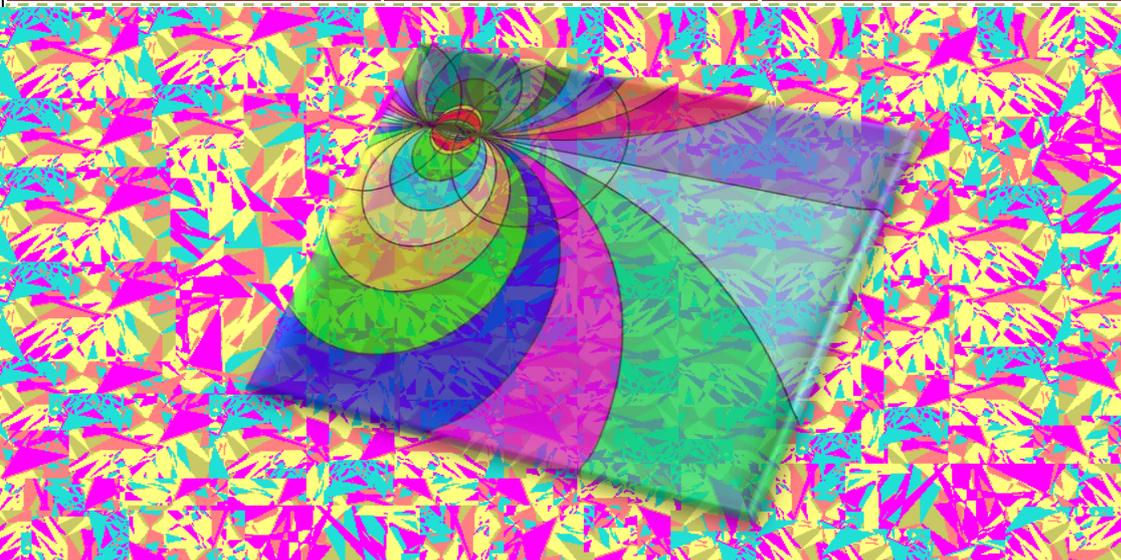
Professeur IUFM Lyon

# Pavages du Plan, Pavages Hyperboliques

Pavages par découpage



2010



[TAPEZ L'ADRESSE DE LA SOCIETE]

# Les pavages réguliers du plan, Les pavages hyperboliques.

Réalisation des pavages  
avec un logiciel et avec une  
feuille de papier par découpage  
et collage

Par Marcel Morales

Professeur à l'IUFM de Lyon,  
Université Claude Bernard Lyon I  
Rattaché pour la recherche à  
Institut Fourier

Université de Grenoble I

Le pavage est une activité ludique en tout âge de 9 à 99 ans.

L'objectif de ce logiciel est de présenter la théorie des pavages sous forme ludique à des personnes ayant peu des connaissances mathématiques.

Rappelons que le pavage s'insère dans le contexte historique et artistique, ayant servi en tout temps et par toutes les civilisations pour la décoration des surfaces : poteries, tapisseries, murs, plafonds, sols.

Dans un deuxième temps le logiciel sert à introduire les 17 groupes de pavage régulier et à aborder dans une classe les deux points suivants :

1. Comment décrypter un pavage (reconnaître les symétries, rotations, son groupe.
2. Comment réaliser son propre pavage par simples découpages, sans utilisation des techniques compliquées sur des objets fermés.

Pour chacun des 17 groupes de pavage, un film complet de réalisation est donnée, permettant une réalisation simple et rapide.

Chaque groupe de pavage est illustré par des dessins en couleur.

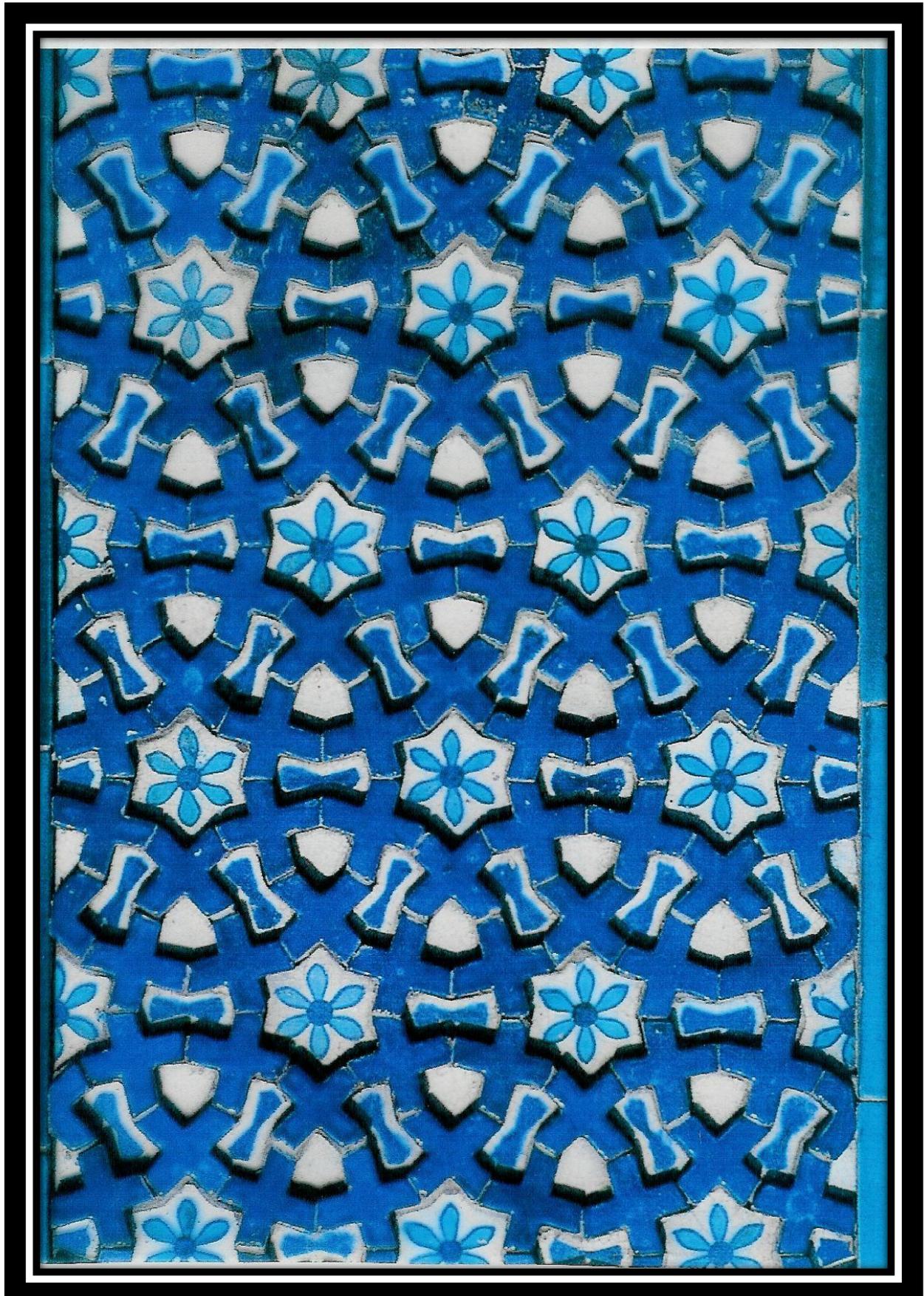
Le logiciel a été développé par Marcel Morales, mais a beaucoup profité des expérimentations dans les classes de collège de Alice Morales. Il a été testé avec succès durant plusieurs années à l'école élémentaire, au collège et auprès des divers publics ayant souvent un à priori contre les mathématiques. Le travail fait avec une classe de Collège a été présenté par cette classe à Exposciences International 2001 à Grenoble.

Ce logiciel a été présenté dans diverses manifestations scientifiques en France et à l'étranger : Mexique, Pérou, Colombie, Iran, Turquie, Vietnam.

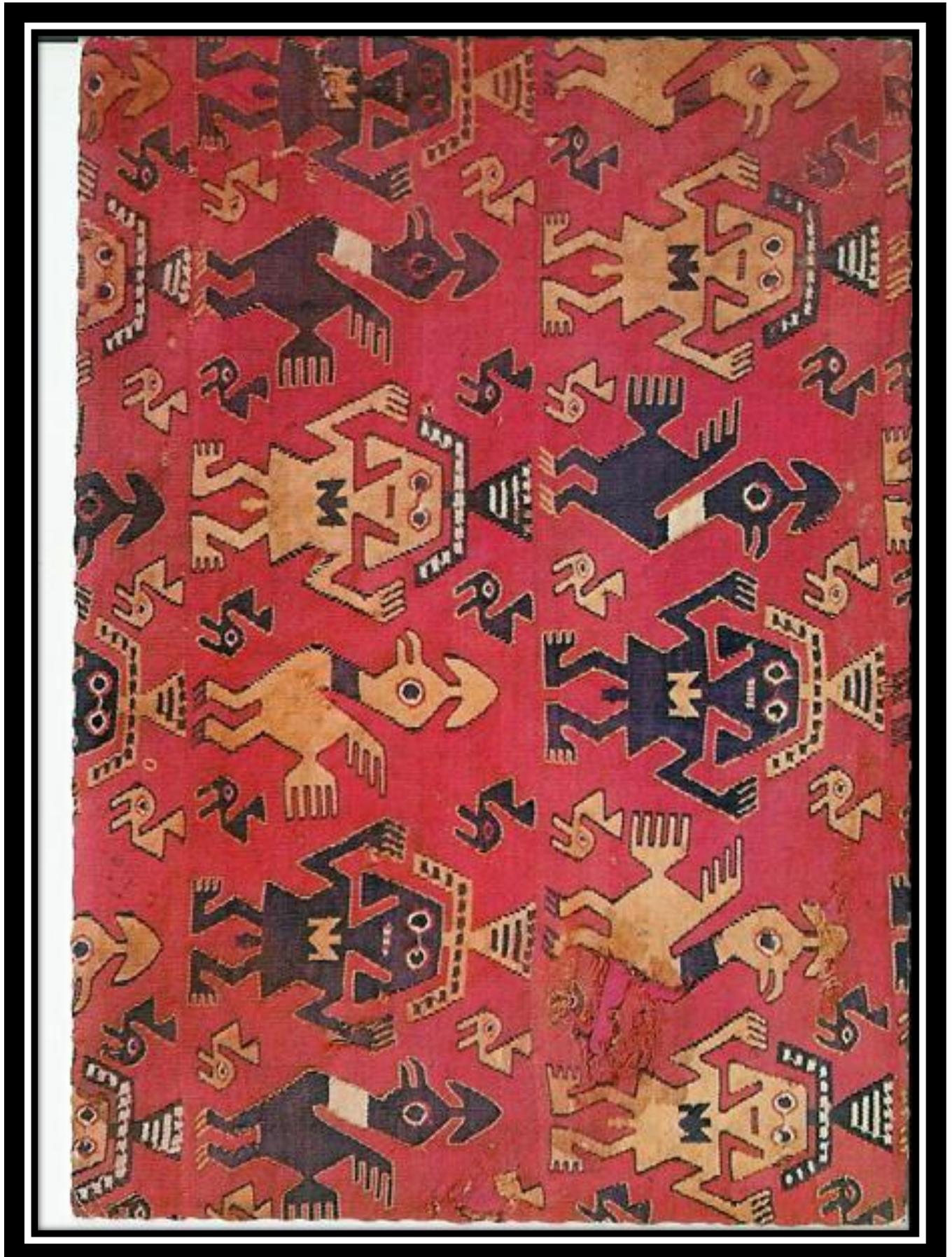
D'après ces expérimentations il apparaît que en plus du côté ludique de cette technique nouvelle, elle permet une meilleure compréhension de la géométrie dans son ensemble, ceci sans l'introduction d'un contexte mathématique fort.



Pavage retrouvé sur les murs dans une tombe en Egypte.

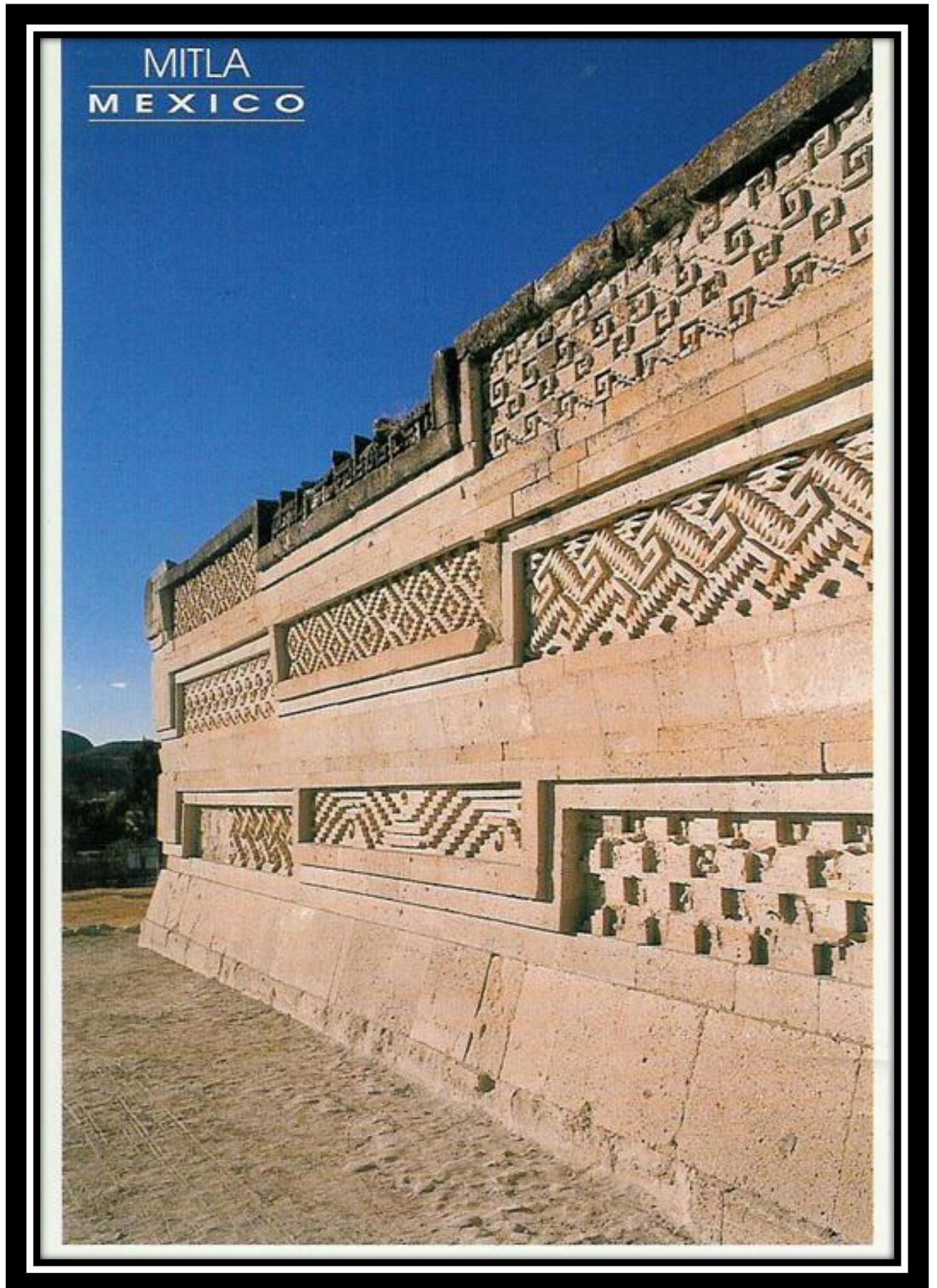


Pavage retrouvé sur les murs d'une mosquée.



Pavage retrouvé sur un tapis péruvien (Paracas).

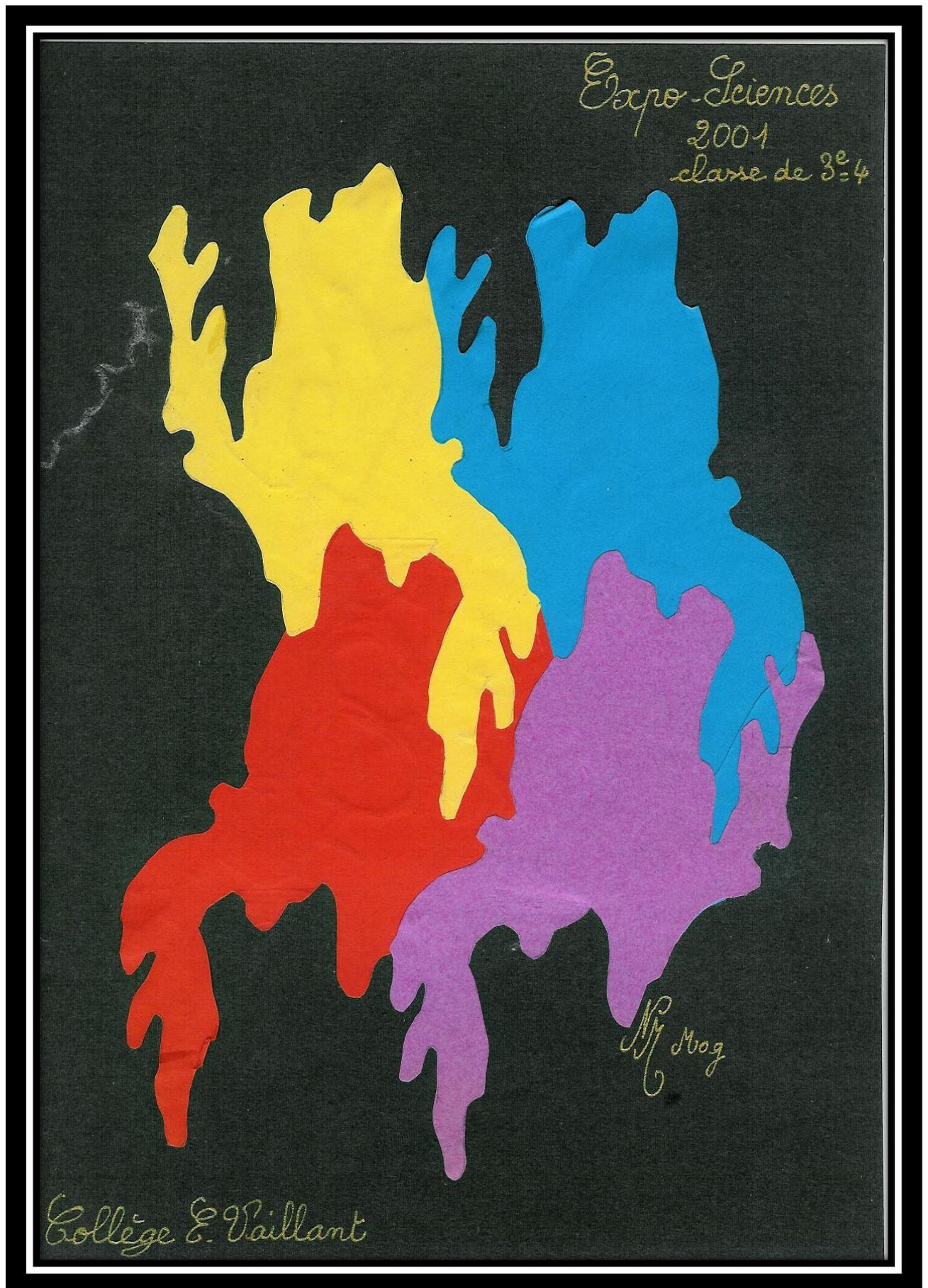
Les pavages avec les mains



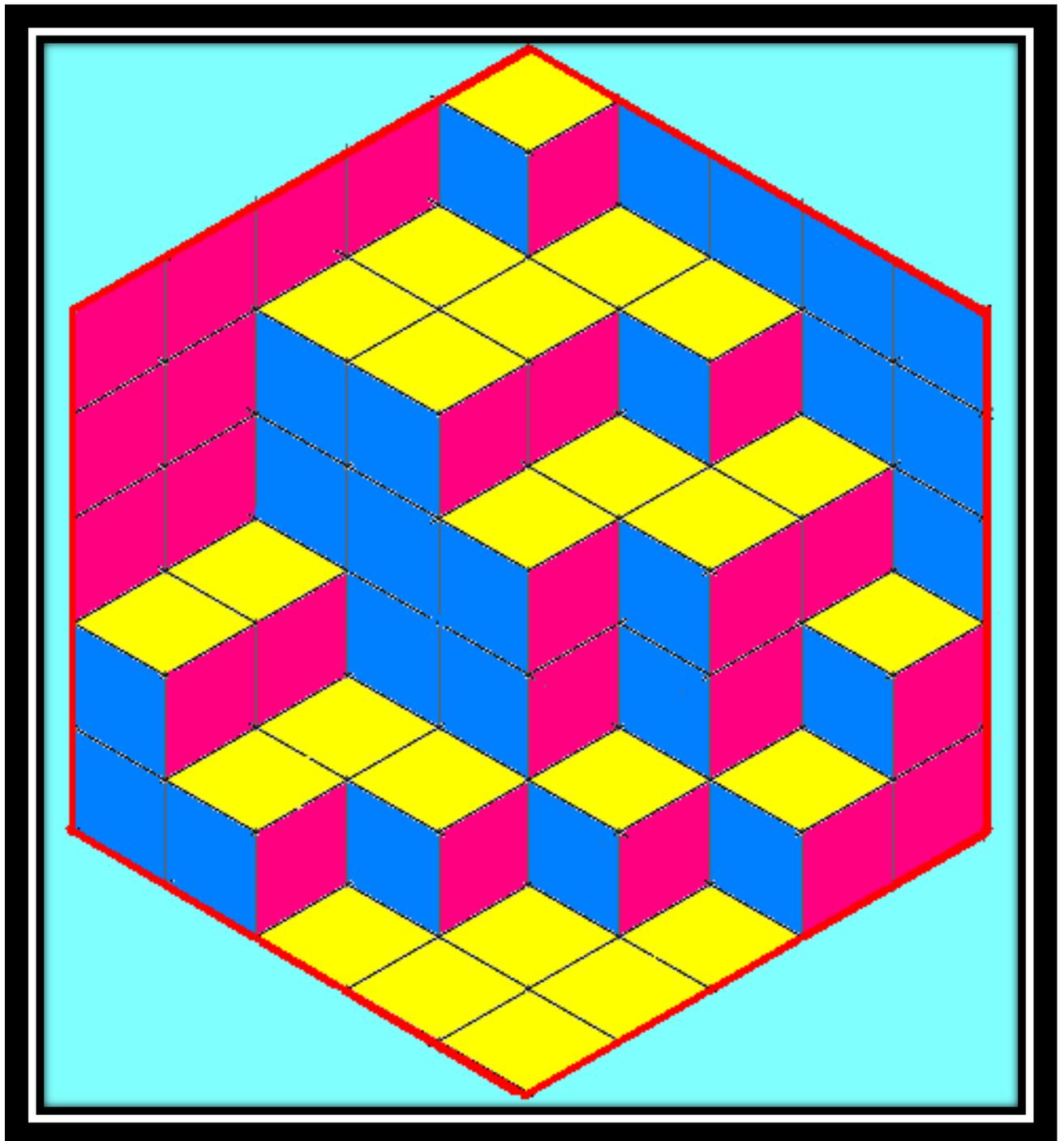
Pavage retrouvé sur un mur au Mexique



Poterie Indiens d'Amérique du Nord.

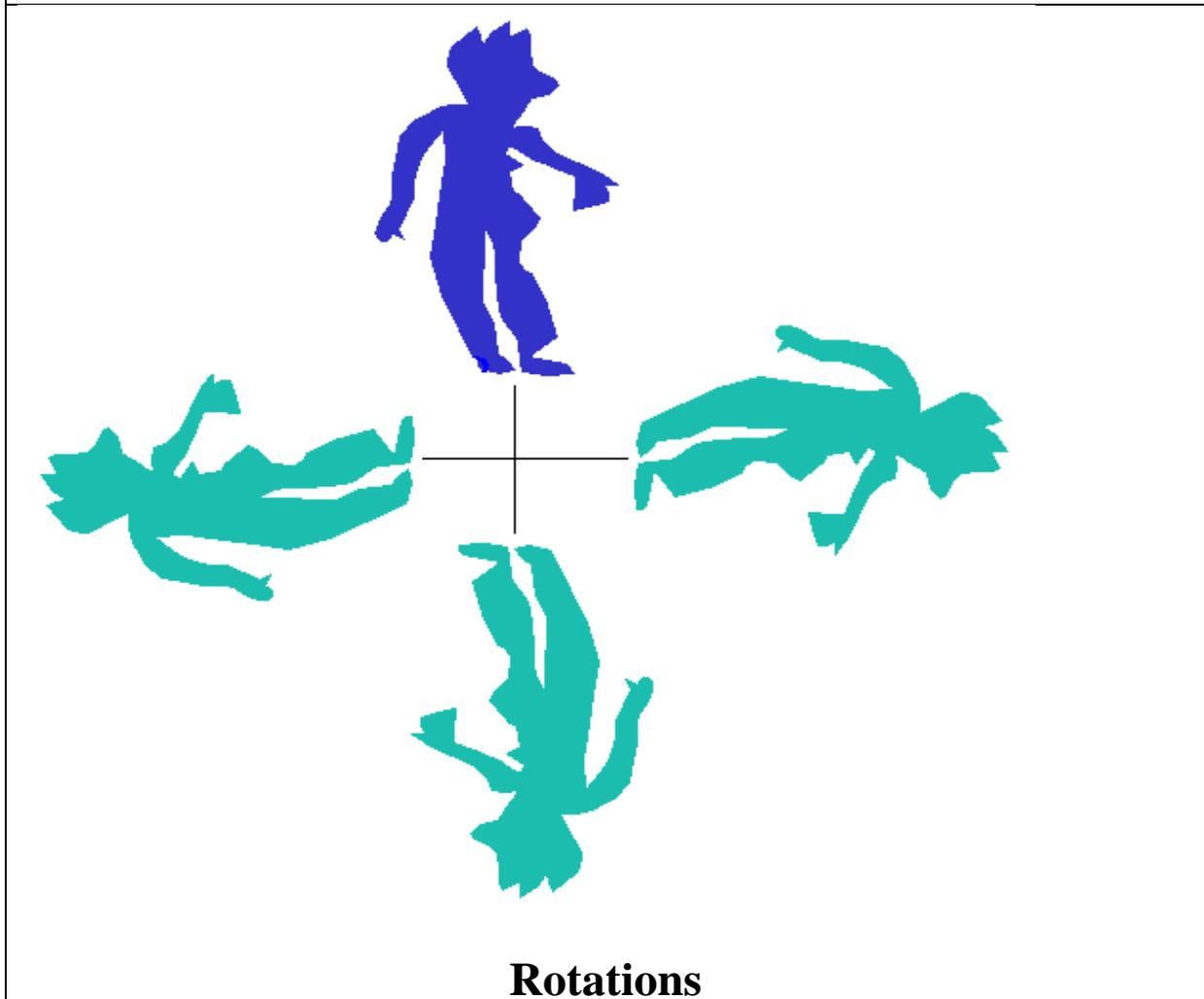
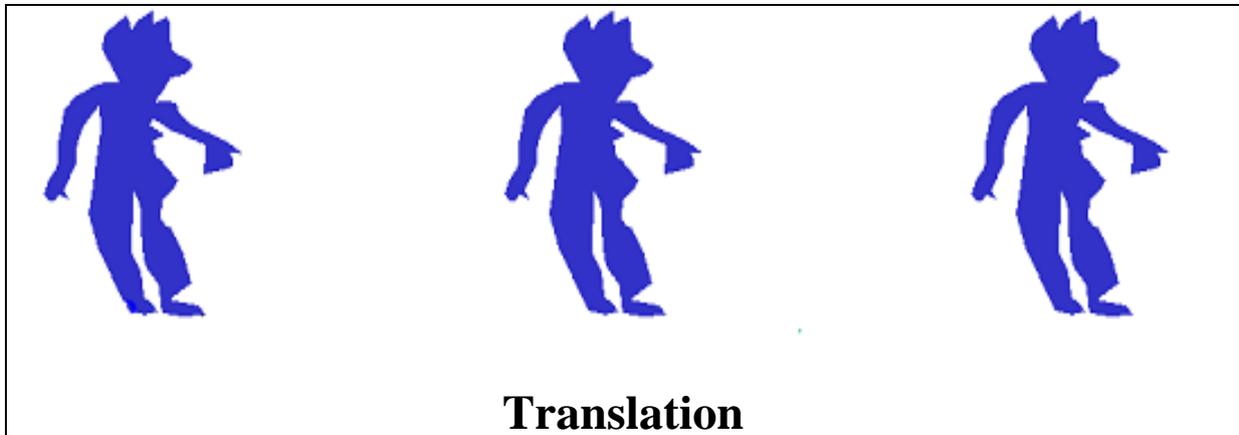


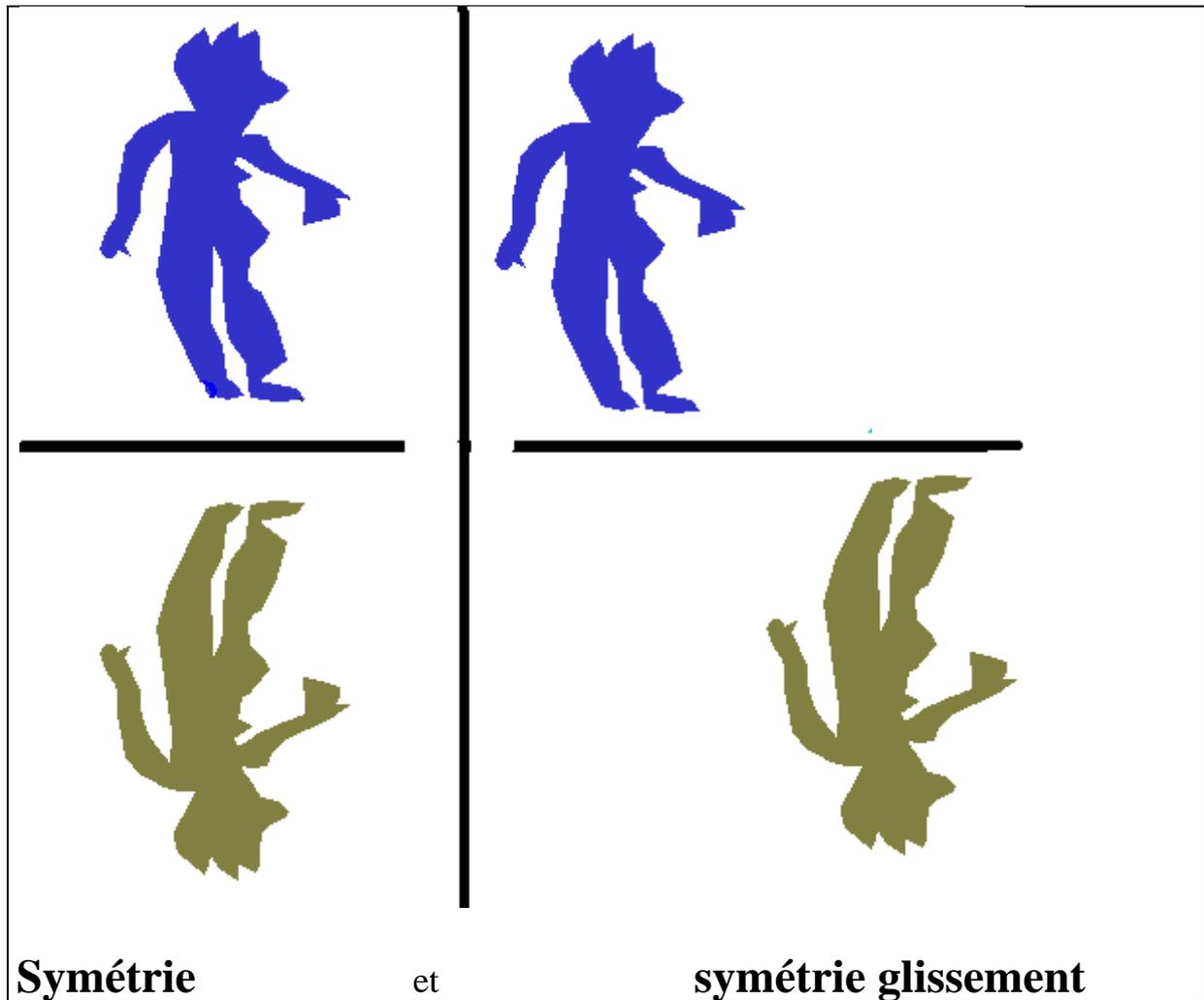
Pavage réalisé par un élève de Collège.



Pavage non périodique, mais remplissage d'un hexagone par une figure le losange jaune, utilisant trois transformations (Observer le cube en haut): par translations il reste jaune, par rotation de  $120^\circ$  et translations il devient rouge, et par rotation de  $240^\circ$  et translations il devient bleu.

Ci-dessous sont introduits par des exemples les transformations isométriques du plan : translation, rotations, symétrie, et symétrie glissement.

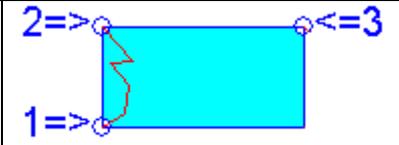
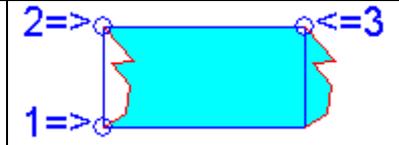
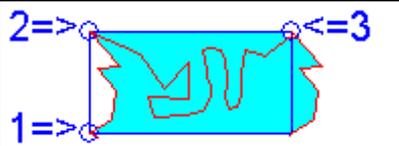
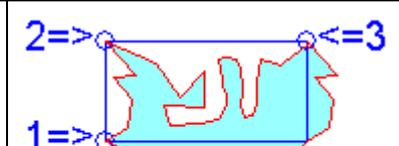




**Fabrication des pavages à partir d'une feuille de papier par découpage et collage**

Nous allons décrire les étapes pour réaliser un pavage, ceci pour chacun des 17 groupes de pavage.

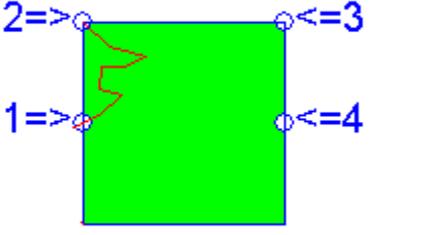
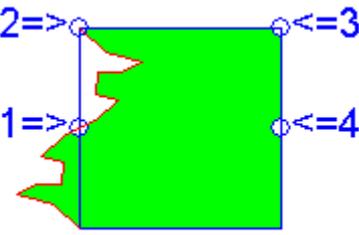
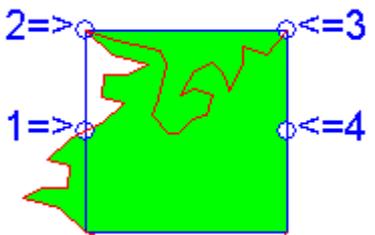
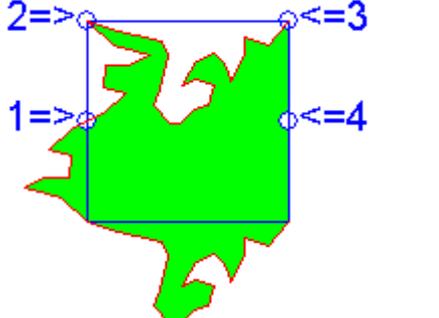
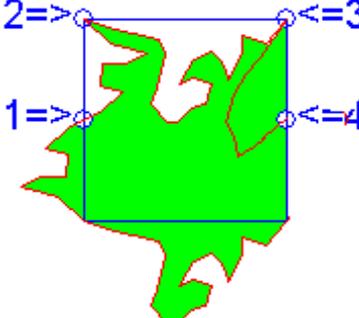
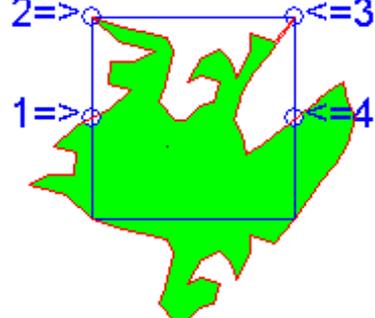
## Pavage p1ou R0

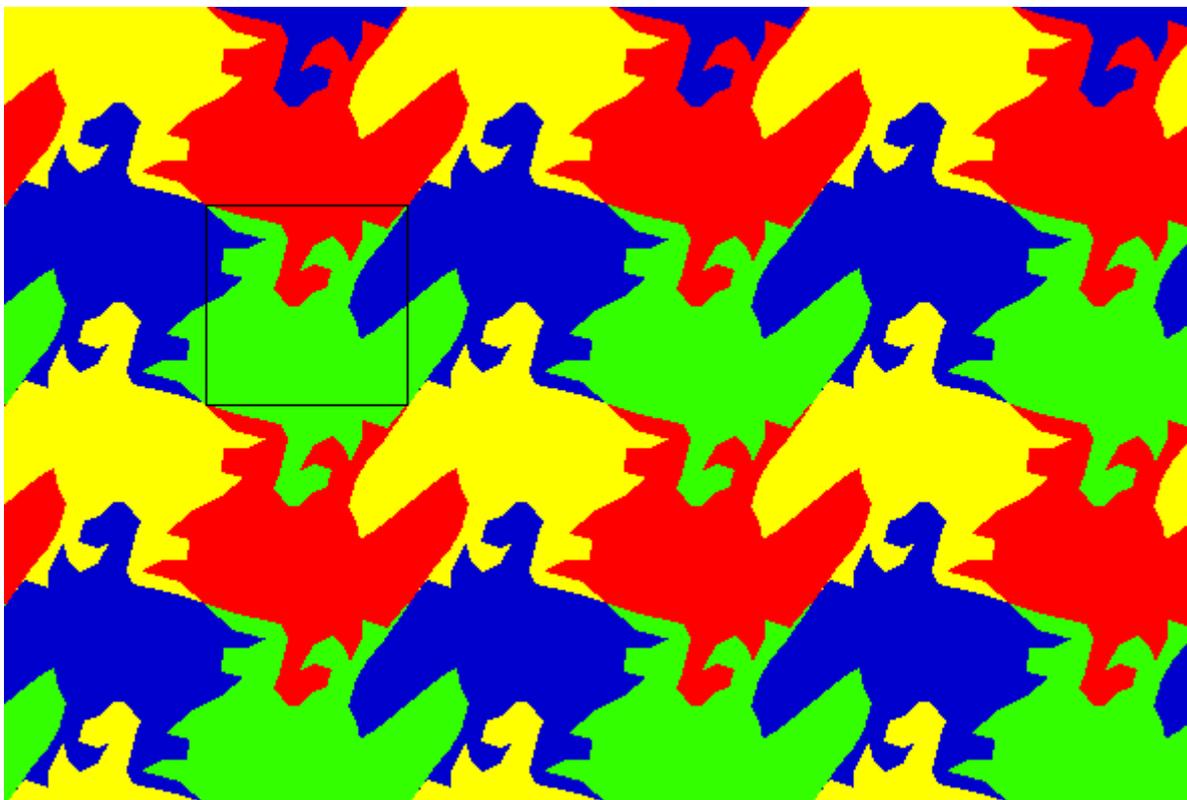
 <p>Prendre une feuille rectangulaire</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>Découpez suivant le chemin tracé et le coller sur l'extrémité droite</p>
 <p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>	 <p>Découpez suivant le chemin tracé et le coller après avoir fait une translation</p>	 <p>Voici votre pavé colorié en bleu</p>

Le remplissage du plan se fera par des translations horizontales et verticales :



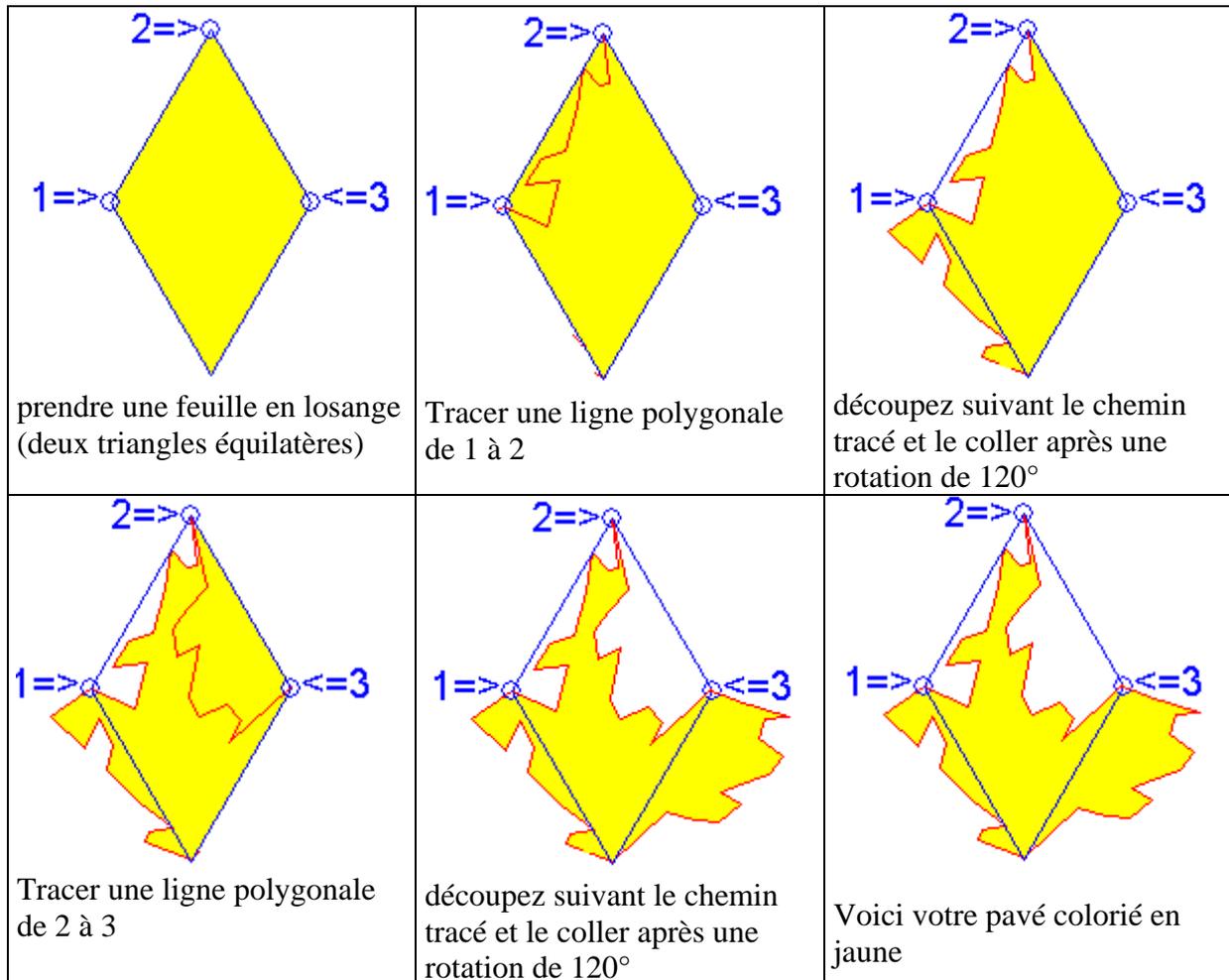
## Pavage p2 ou R2

 <p>Prendre une feuille rectangulaire. 1 et 4 sont des milieux des segments. Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>Découpez suivant le chemin tracé et le coller après avoir fait un demi-tour</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>
 <p>Découpez suivant le chemin tracé et le coller après avoir fait un demi-tour</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 3 à 4. découpez suivant le chemin tracé et le coller après avoir fait un demi-tour</p>	 <p>Voici votre pavé colorié en vert</p>

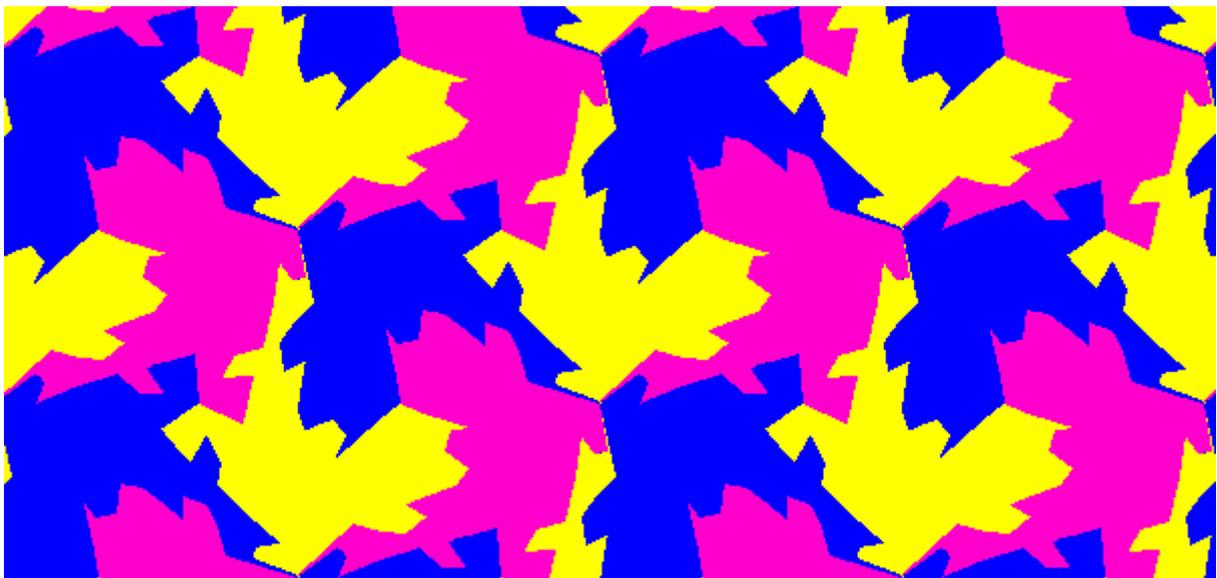


Le remplissage du plan se fera par des rotations centrales et des translations.

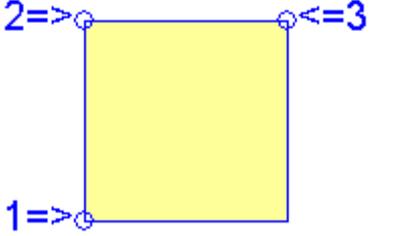
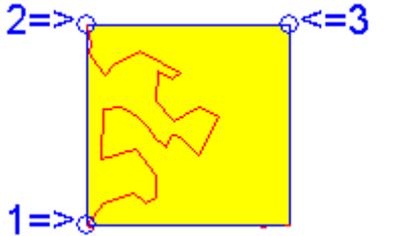
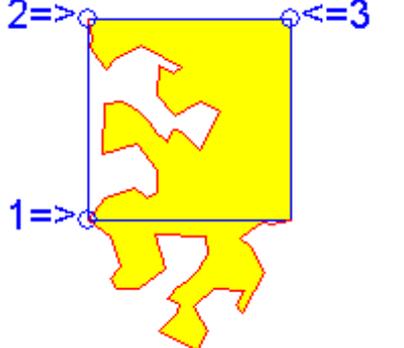
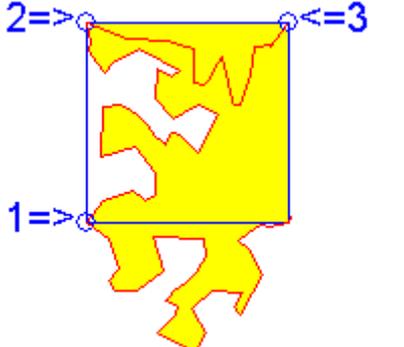
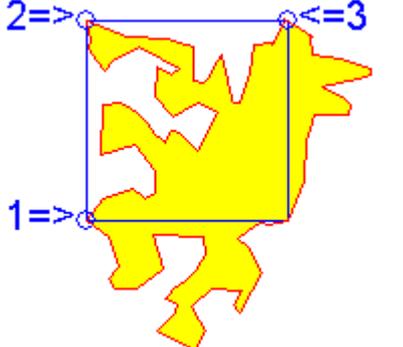
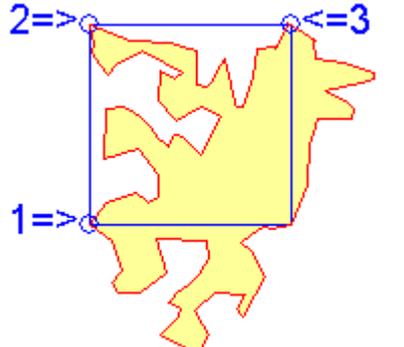
## Pavage p3 ou R3



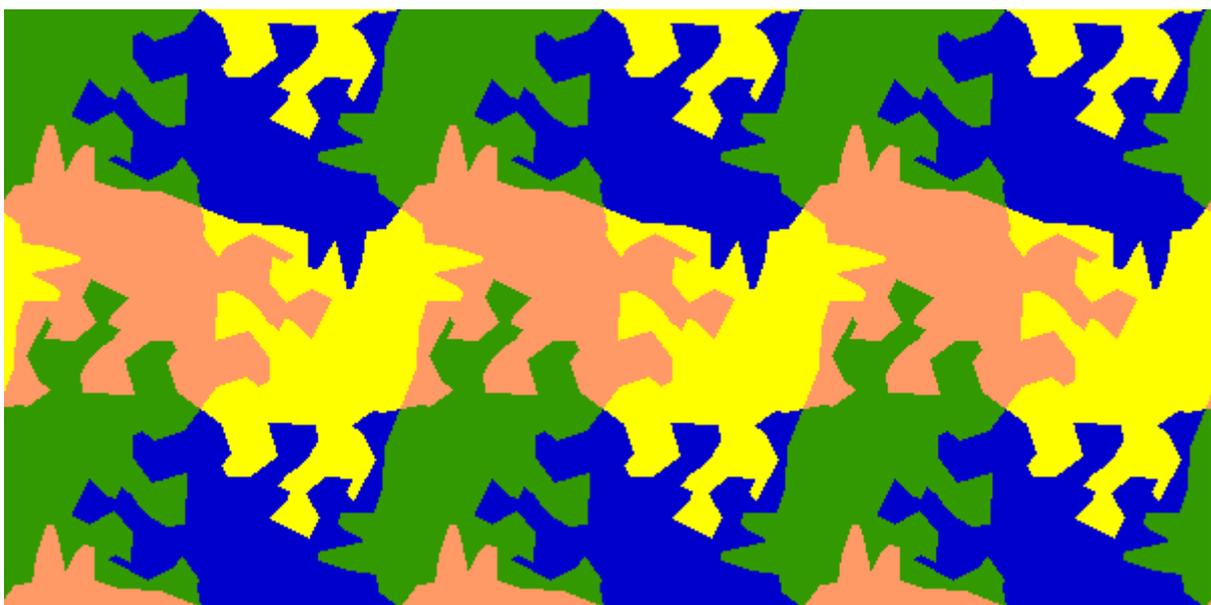
Le remplissage du plan se fera par des rotations de  $120^\circ$  et des translations :



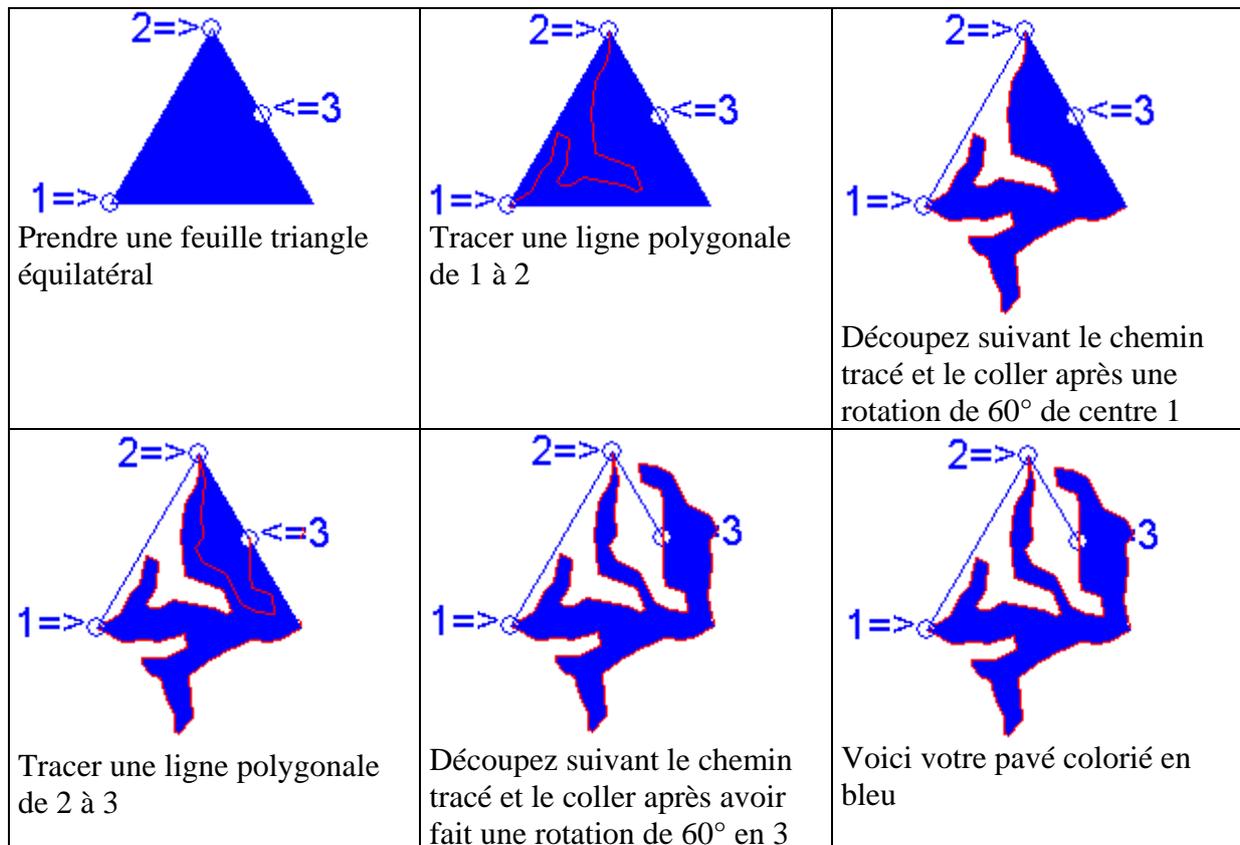
## Pavage p4 ou R4

 <p>Prendre une feuille carrée</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>Découpez suivant le chemin tracé et le coller après avoir fait un quart de tour</p>
 <p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>	 <p>Découpez suivant le chemin tracé et le coller après avoir fait un quart de tour</p>	 <p>Voici votre pavé colorié en jaune</p>

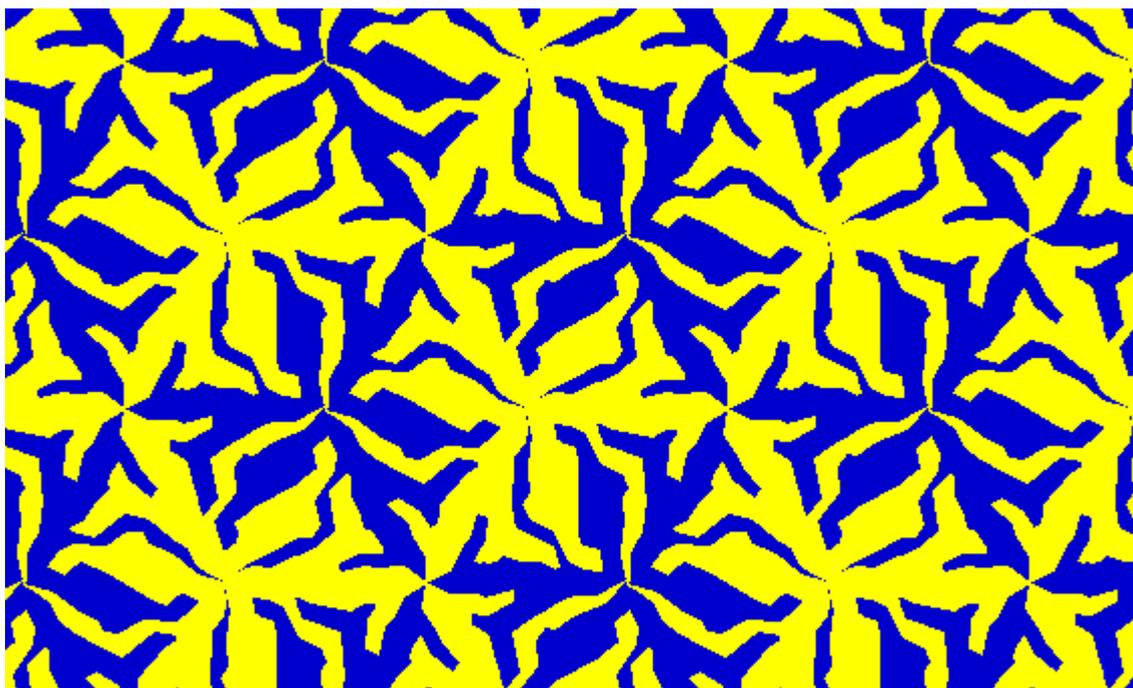
Le remplissage du plan se fera par des demi-tours et translations :



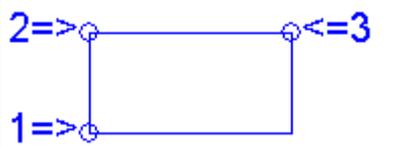
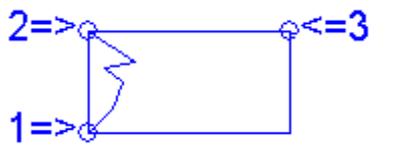
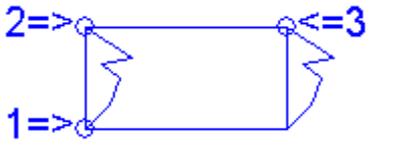
## Pavage p6 ou R6



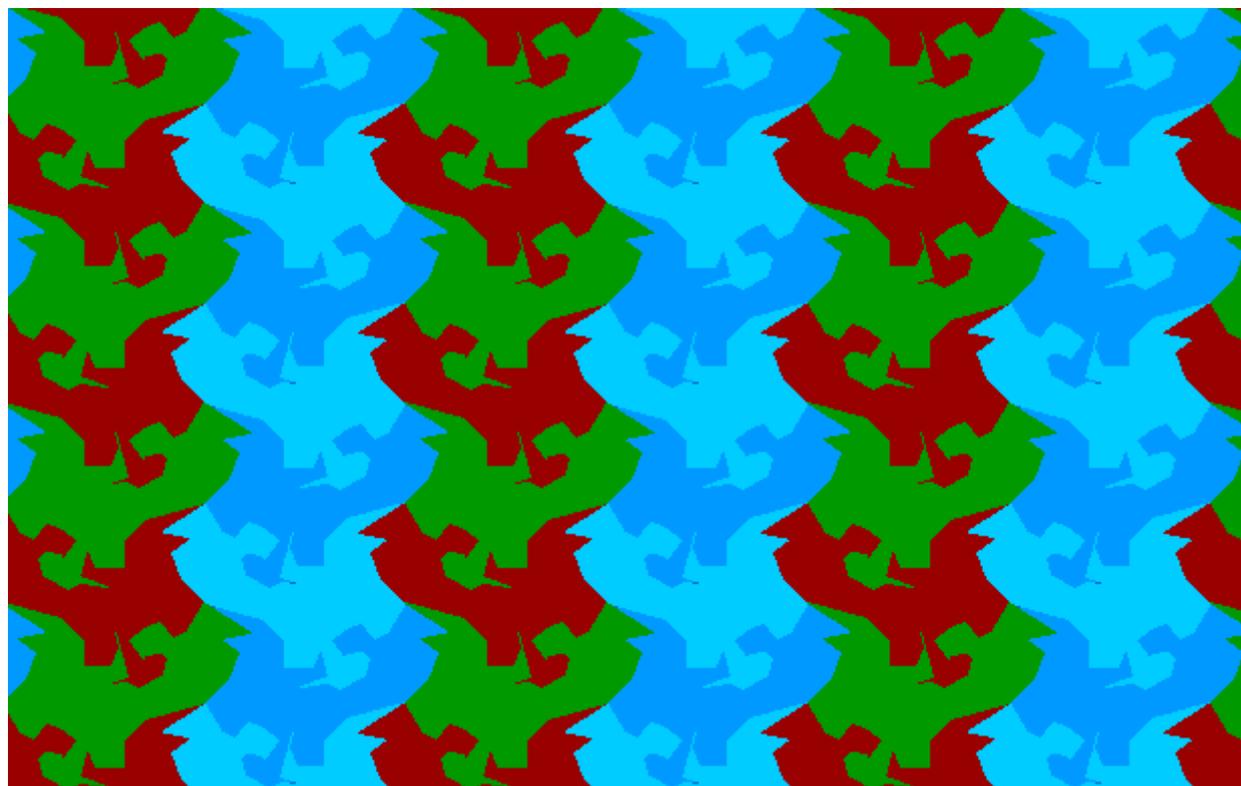
Le remplissage du plan se fera par des rotations d'angle  $180^\circ$  autour du point 3, et de  $60^\circ$  autour des points 1 et 2:



## Pavage pg ou M0

 <p>2=&gt;      &lt;=3 1=&gt;</p> <p>Prendre une feuille rectangulaire</p>	 <p>2=&gt;      &lt;=3 1=&gt;</p> <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>2=&gt;      &lt;=3 1=&gt;</p> <p>Découpez suivant le chemin tracé et le coller sur l'extrémité droite</p>
 <p>2=&gt;      &lt;=3 1=&gt;</p> <p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>	 <p>2=&gt;      &lt;=3 1=&gt;</p> <p>Découpez suivant le chemin tracé et le coller après avoir retourné la feuille</p>	 <p>2=&gt;      &lt;=3 1=&gt;</p> <p>Voici votre pavé colorié en bleu</p>

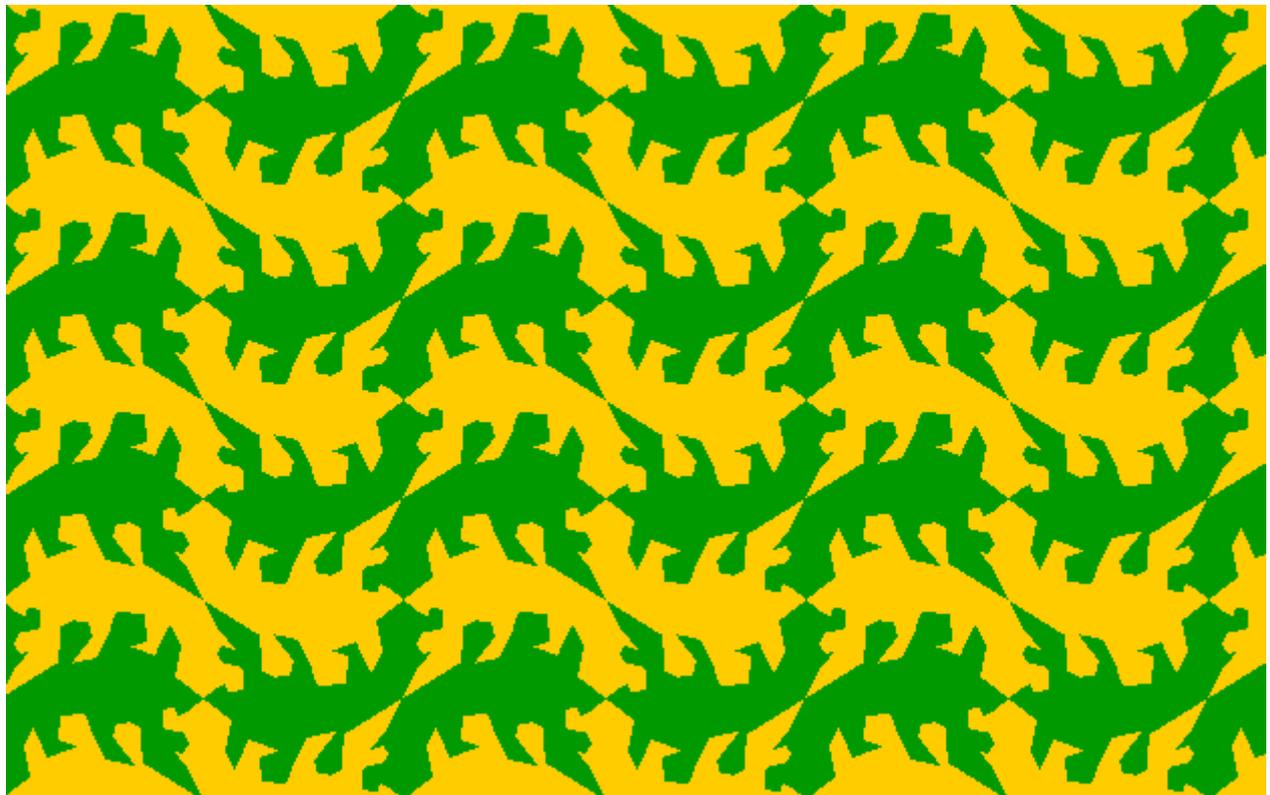
Le remplissage du plan se fera par des translations et des symétries glissement :



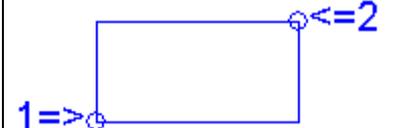
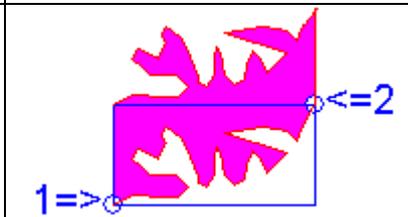
## Pavage pgg ou M0R2

<p>prendre une feuille rectangulaire</p>	<p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	<p>découpez suivant le chemin tracé, retourner cette pièce et la coller sur l'extrémité droite</p>
<p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>	<p>découpez suivant le chemin tracé et le coller après l'avoir retourné</p>	<p>Voici votre pavé colorié en vert</p>

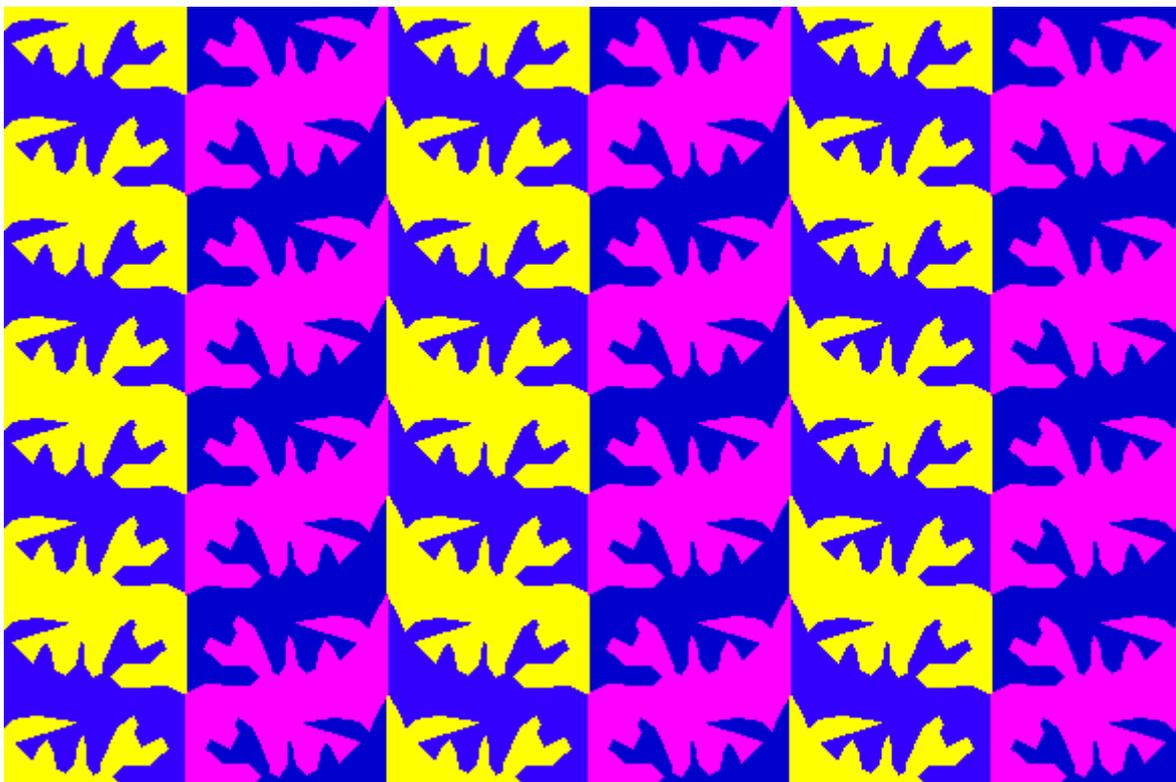
Le remplissage du plan se fera par des translations, des symétries glissement et des demi-tour:



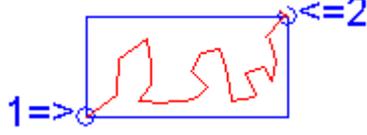
## Pavage cm ou M1

 <p>1=&gt; &lt;=2</p> <p>prendre une feuille rectangulaire</p>	 <p>1=&gt; &lt;=2</p> <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>1=&gt; &lt;=2</p> <p>découpez suivant le chemin tracé et le coller sur l'extrémité supérieure</p>
	 <p>1=&gt; &lt;=2</p> <p>Voici votre pavé colorié en rose</p>	

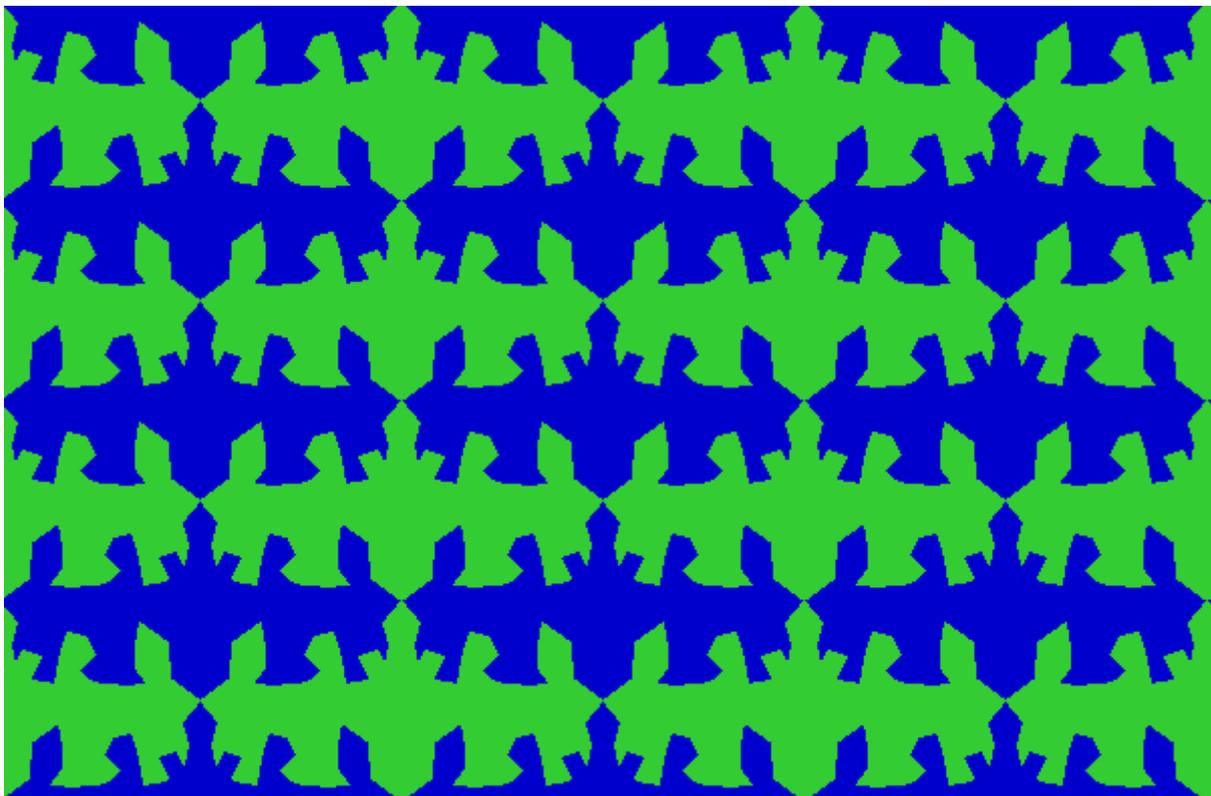
Le remplissage du plan se fera par des translations et des symétries :



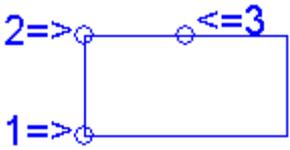
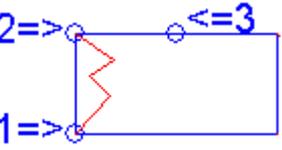
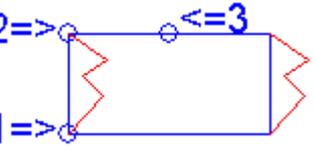
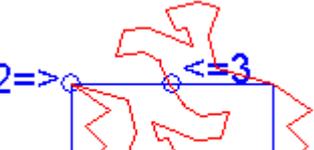
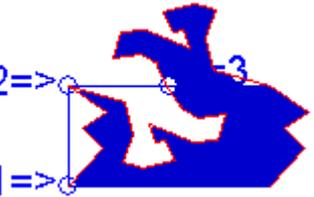
## Pavage pm ou M1g

 <p>1=&gt; <math>\leq 2</math></p> <p>prendre une feuille rectangulaire</p>	 <p>1=&gt; <math>\leq 2</math></p> <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>1=&gt; <math>\leq 2</math></p> <p>découpez suivant le chemin tracé et collez la pièce après l'avoir retournée</p>
	 <p>1=&gt; <math>\leq 2</math></p> <p>Voici votre pavé colorié en bleu</p>	

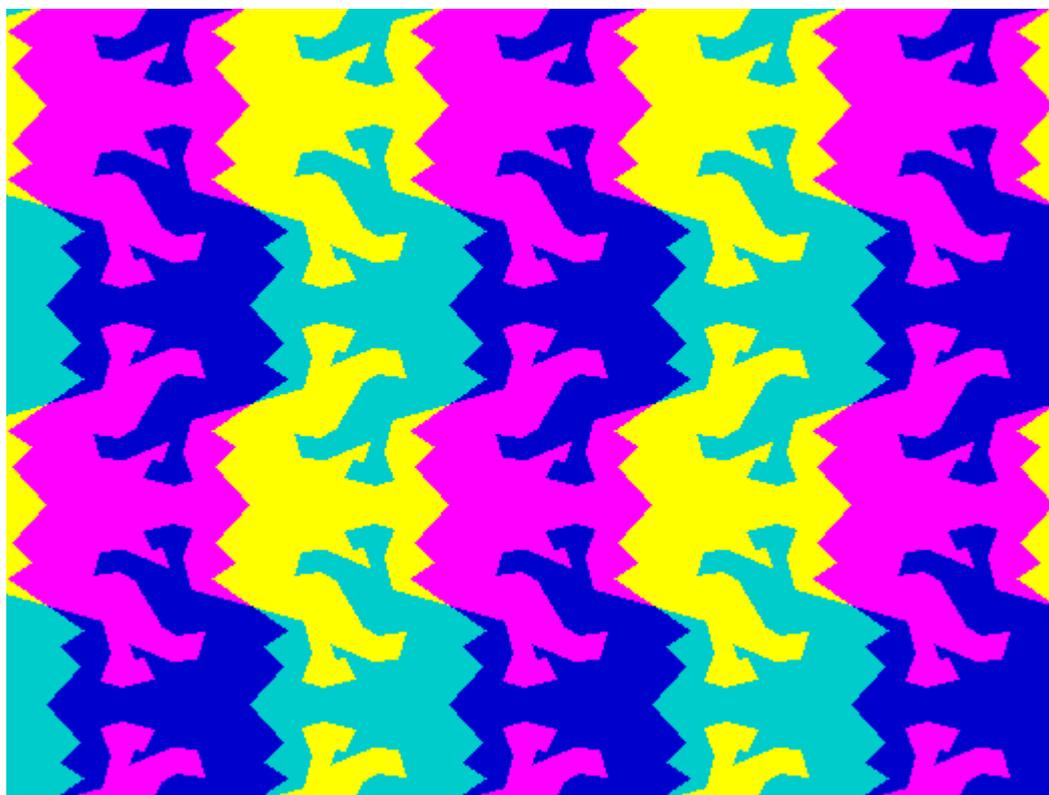
Le remplissage du plan se fera par des symétries verticales et des symétries glissement :



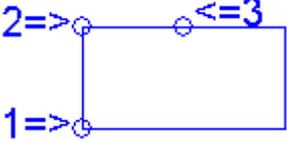
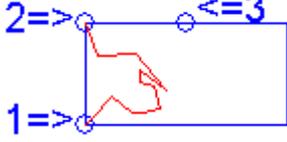
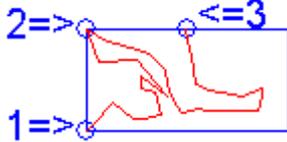
## Pavage pmg ou M1R2

 <p>prendre une feuille rectangulaire</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>découpez suivant le chemin tracé et le coller sur l'extrémité droite</p>
 <p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>	 <p>découpez suivant le chemin tracé et le coller après avoir fait une rotation centrale de centre 3</p>	 <p>Voici votre pavé colorié en bleu</p>

Le remplissage du plan se fera par des symétries horizontales et des rotations centrales :



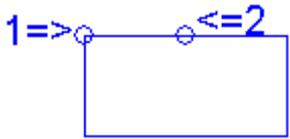
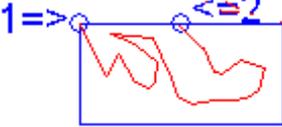
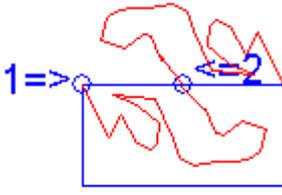
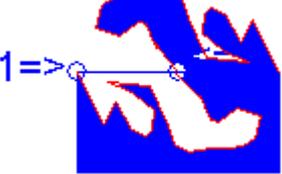
## Pavage pmm ou M2

 <p>prendre une feuille rectangulaire</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>
	 <p>Voici votre pavé (un rectangle avec un dessin)</p>	

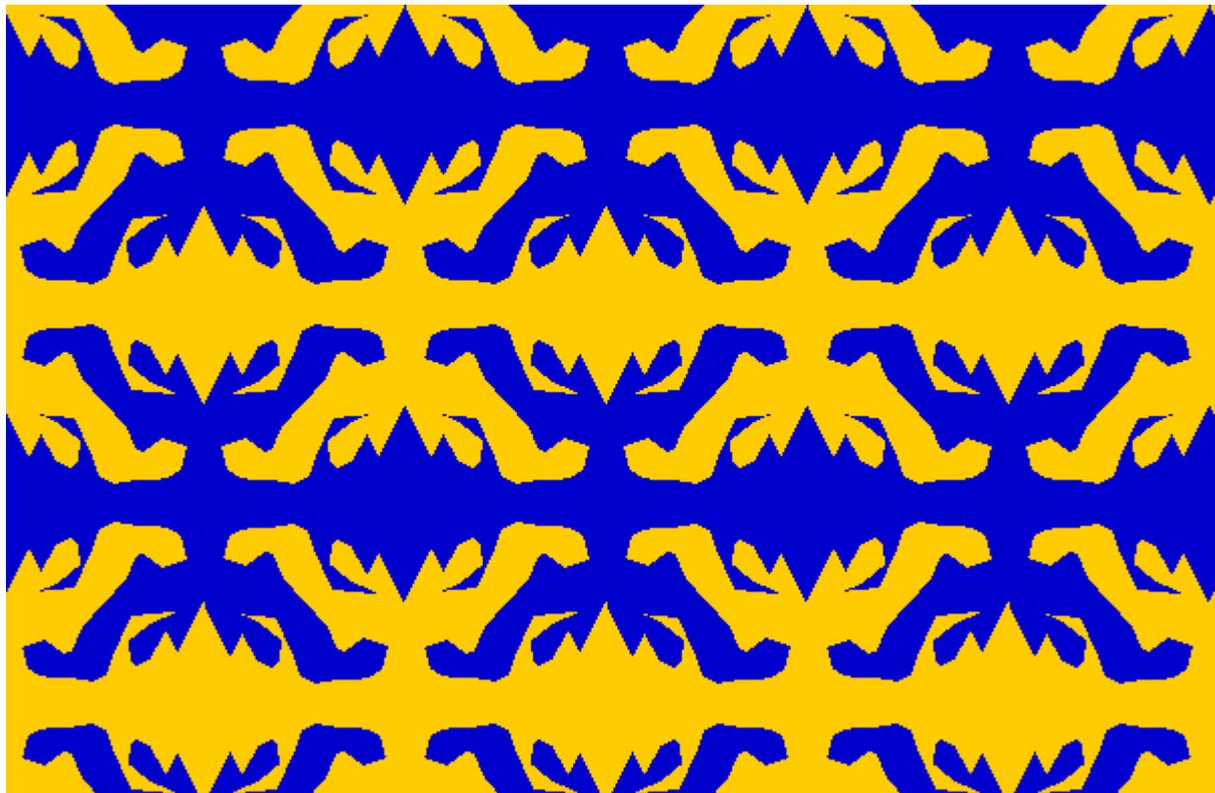
Le remplissage du plan se fera par des symétries horizontales et verticales :



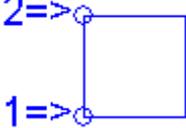
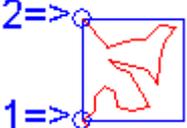
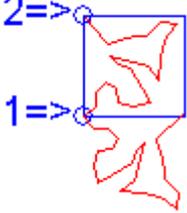
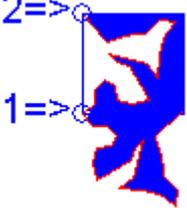
## Pavage cmm ou M2R2

 <p>prendre une feuille rectangulaire</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>découpez suivant le chemin tracé et le coller sur l'extrémité droite</p>
<p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>	 <p>découpez suivant le chemin tracé et le coller après l'avoir retourné</p>	<p>Voici votre pavé colorié en bleu</p>

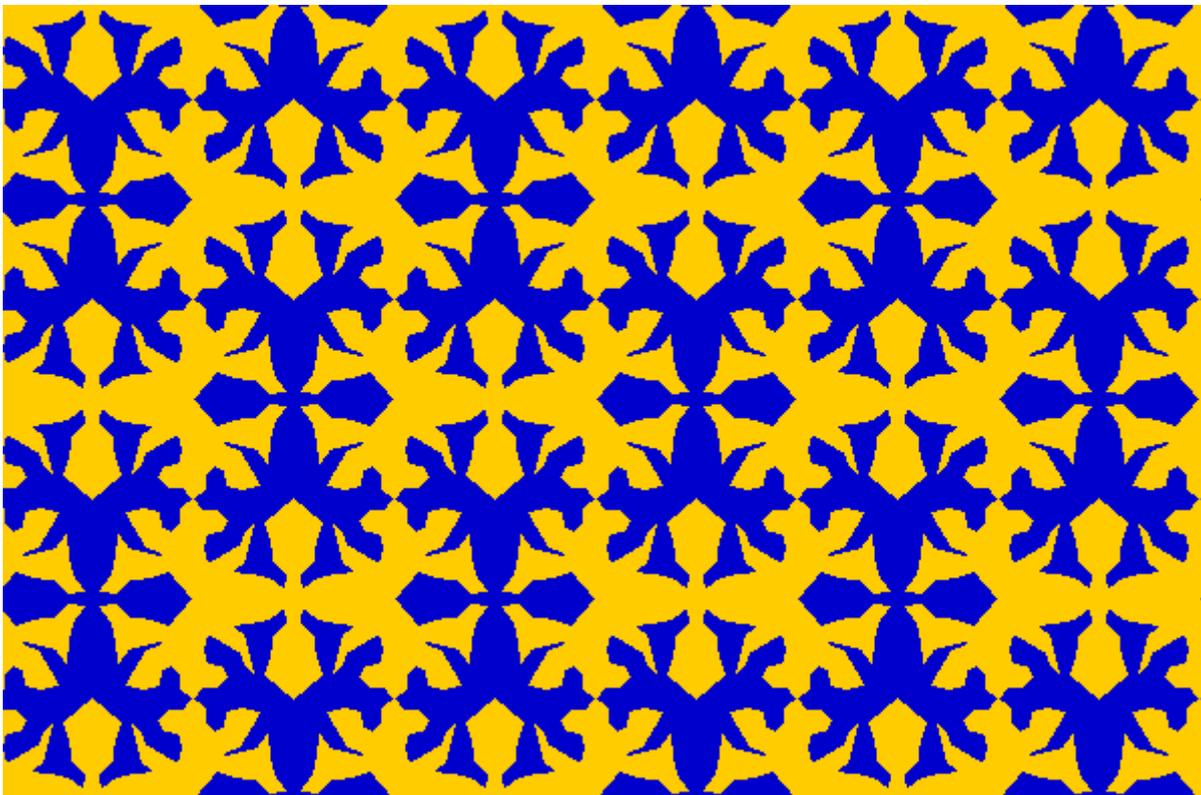
Le remplissage du plan se fera par des translations et des symétries glissement :



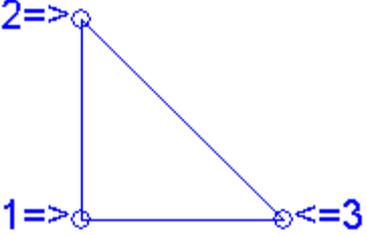
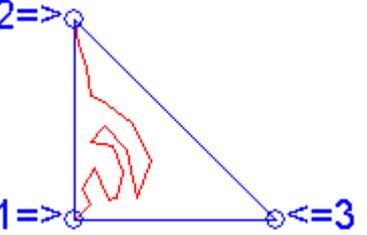
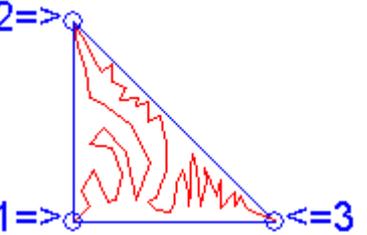
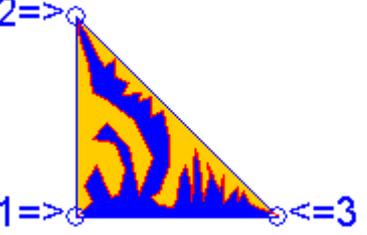
## Pavage p4g ou M2R4

 <p>prendre une feuille carrée</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>découpez suivant le chemin tracé et le coller après une rotation de 90°</p>
	 <p>Voici votre pavé colorié en bleu</p>	

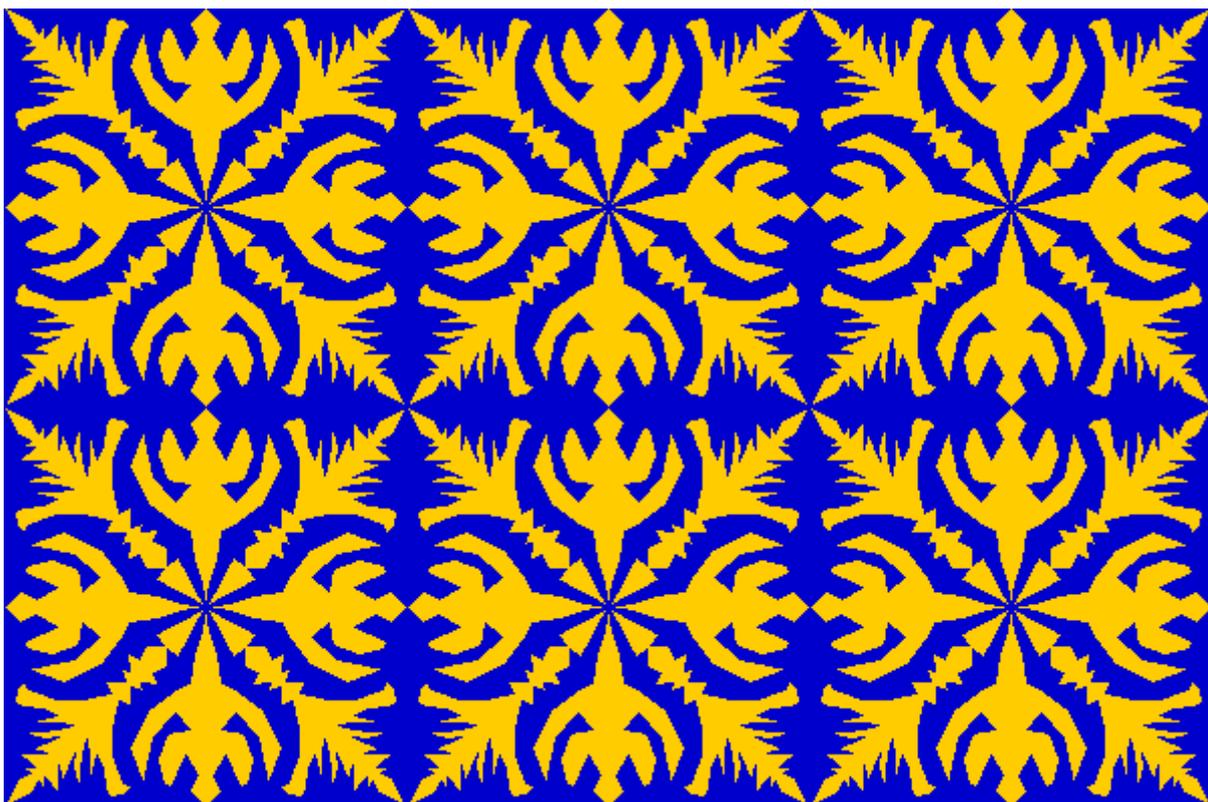
Le remplissage du plan se fera par des translations et des symétries glissement :



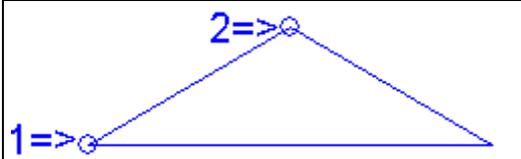
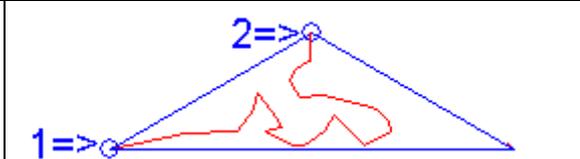
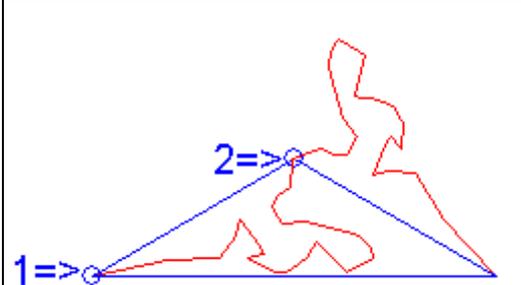
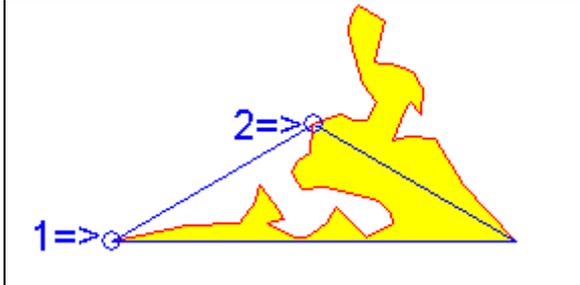
## Pavage p4m ou M4

 <p>prendre une feuille rectangulaire</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 2 à 3</p>
	 <p>Voici votre pavé colorié (un triangle bicolore)</p>	

Le remplissage du plan se fera par des symétries:



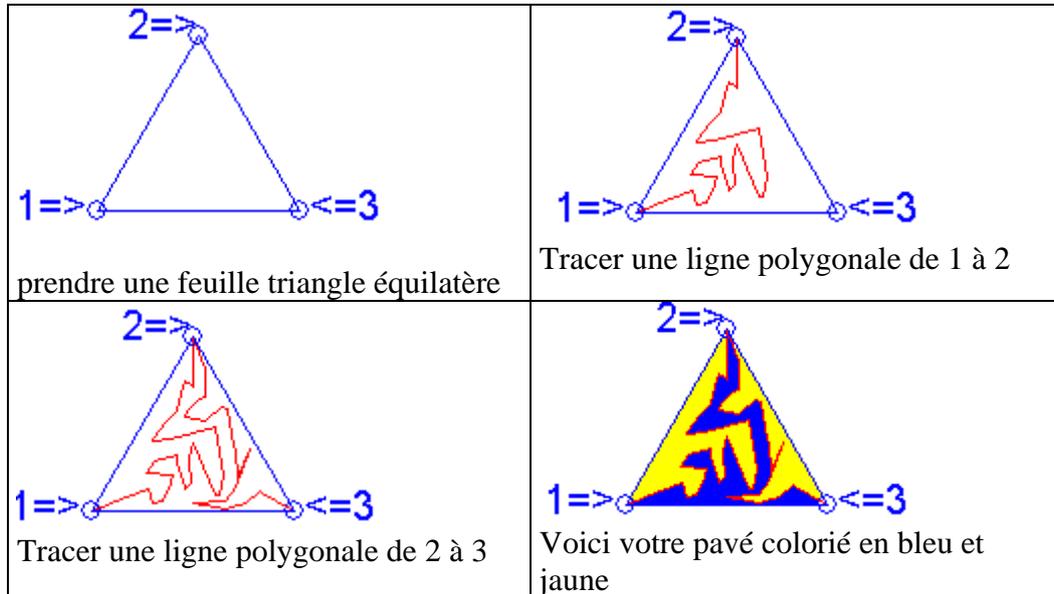
## Pavage p31m ou M3R3

 <p>prendre une feuille triangulaire (isocèle et d'angle principal <math>120^\circ</math>)</p>	 <p>Tracer une ligne polygonale de 1 à 2</p>
 <p>Découper, faire une rotation et coller</p>	 <p>Voici votre pavé colorié en jaune</p>

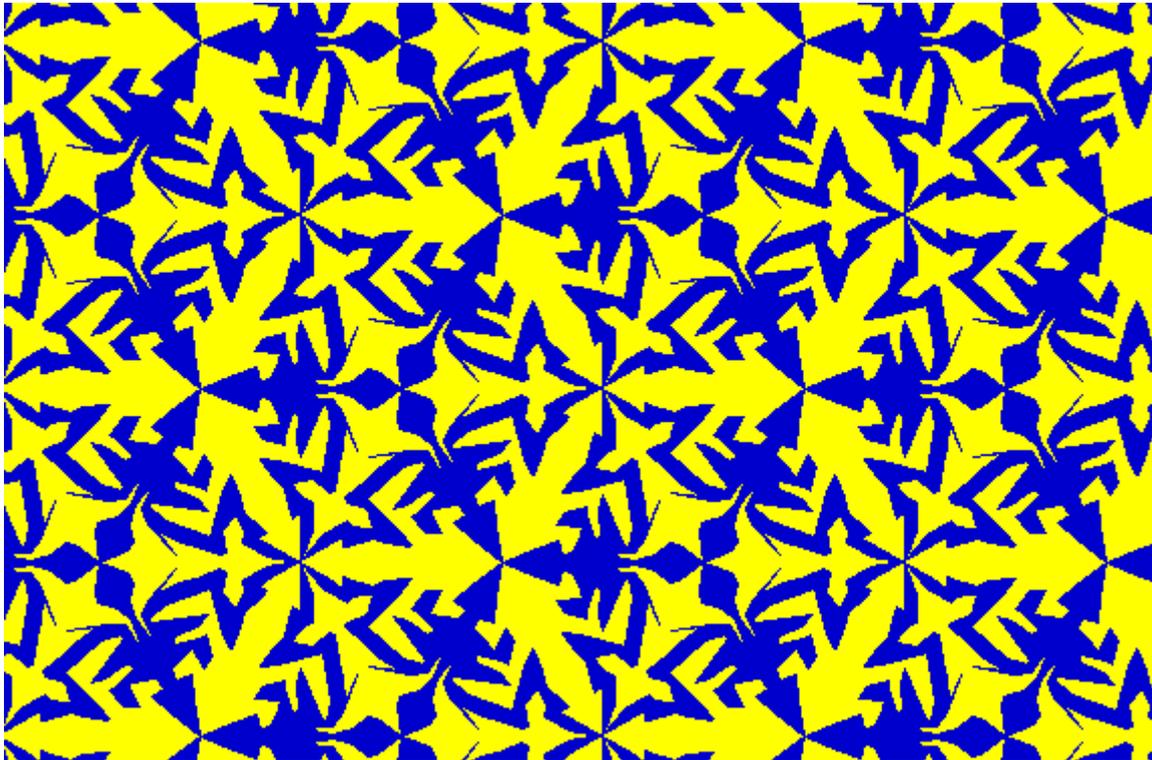
Le remplissage du plan se fera par des symétries et des rotations de  $120^\circ$ :



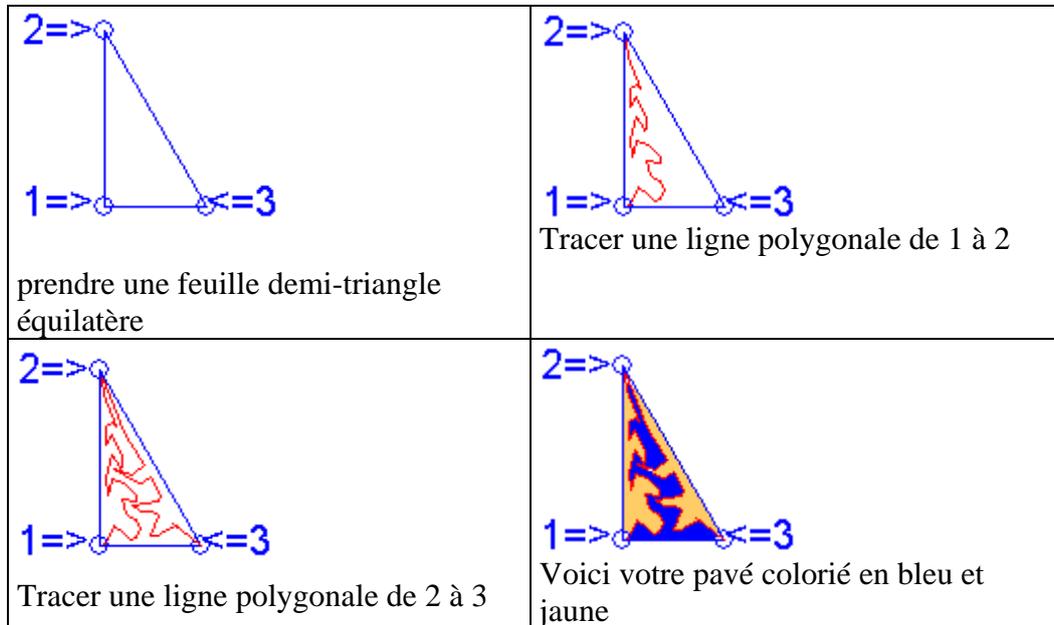
## Pavage p3m1 ou M3



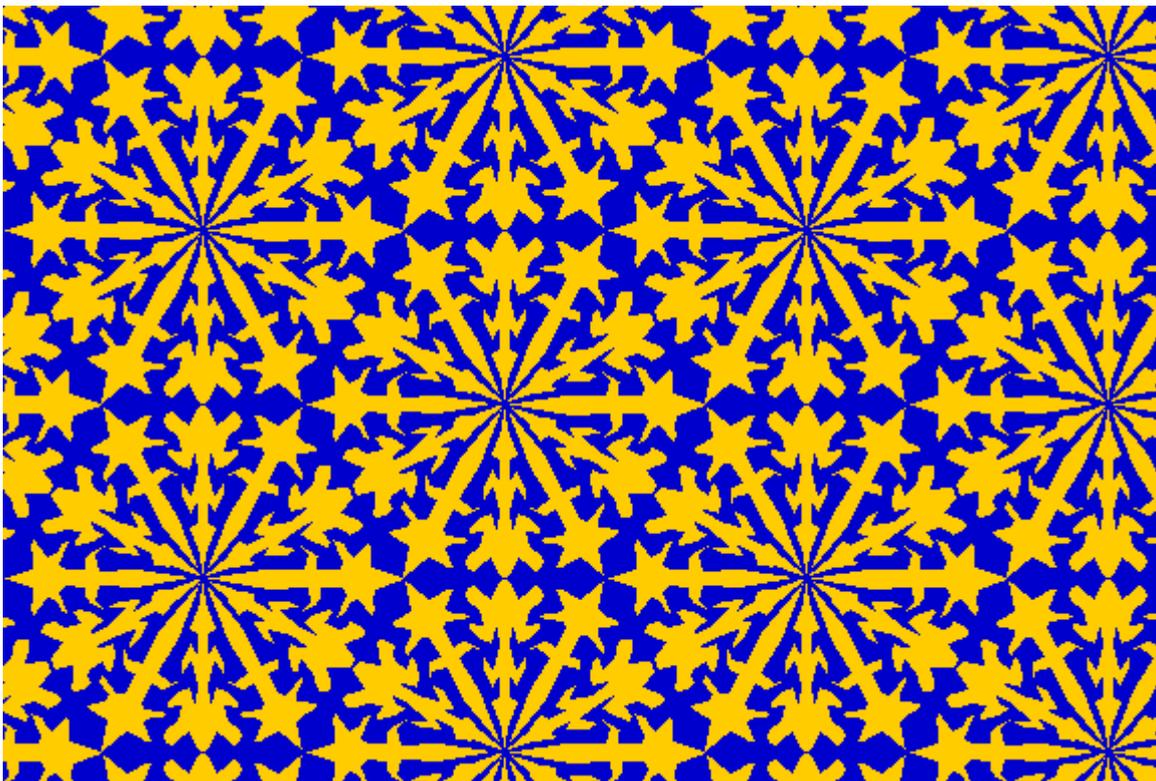
Le remplissage du plan se fera par des symétries suivant les trois cotés du triangle :



## Pavage p6m ou M6



Le remplissage du plan se fera par des symétries suivant les trois cotés du triangle



## Les Pavages hyperboliques.

Le plan Hyperbolique est représenté par un disque ouvert, nous donnons quelques exemples de pavages du plan hyperbolique, réalisés par le logiciel. Rappelons que dans la géométrie hyperbolique il y a une infinité de groupes de pavage. Ce logiciel est le premier dans le monde à permettre à n'importe qui de réaliser un pavage hyperbolique .



