

Exercice 1. On considère la courbe paramétrée par

$$\begin{cases} x(t) = \frac{t^2}{1-t} \\ y(t) = \frac{t^4}{1-t^2} \end{cases}$$

1. Donner les domaines de définition et d'étude, puis étudier les branches infinies.
2. Déterminer si la courbe possède un point de rebroussement. Si oui, donner un vecteur directeur de la tangente en ce point et déterminer sa nature.
3. Donner le tableau de variation, puis tracer la courbe (avec le sens de parcours).
4. En utilisant la calculatrice, montrer que la courbe change de convexité quand la fonction $f(t) = t^3 - 6t - 8$ change de signe (indiquer les commandes utilisées). En étudiant f , montrer qu'il n'y a qu'un seul changement de convexité (en dehors des points remarquables) pour un $t_0 > 2$. Donner une valeur approchée de t_0 , du point d'inflexion et de la pente de la tangente au point d'inflexion.

Exercice 2. Étudier et tracer la courbe polaire suivante :

$$\rho(\theta) = 4 \sin(\theta) \cos^2(\theta).$$