

5.4 Liste des sujets de la session 2008

Leçons d'algèbre et géométrie



- 101 Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.
- 102 Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.
- 103 Congruences dans \mathbf{Z} , anneau $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$. Applications.
- 104 Nombres premiers.
- 105 PGCD, PPCM dans \mathbf{Z} , théorème de Bézout. Applications.
- 106 PGCD dans $K[X]$, où K est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.
- 107 Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels.
- 108 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang.
- 109 Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.
- 110 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Applications.
- 111 Changements de bases en algèbre linéaire. Applications.
- 112 Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications.
- 113 Déterminants. Applications.
- 116 Homothéties-translations. Applications.
- 118 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.
- 120 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien (dimension finie). Applications.
- 122 Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications géométriques.
- 123 Nombres complexes et géométrie.
- 125 Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.
- 126 Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites.
- 127 Géométrie du triangle.
- 128 Barycentres. Applications.
- 130 Droites et plans dans l'espace.
- 131 Projections et symétries dans un espace affine de dimension finie.
- 137 Cercles et droites dans le plan affine euclidien.
- 140 Division euclidienne.
- 142 Utilisation de groupes en géométrie.
- 143 Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.
- 144 Rang en algèbre linéaire.
- 145 Utilisation de transformations en géométrie.
- 146 Coniques.
- 147 Courbes planes paramétrées.
- 148 Angles.
- 149 Équations et géométrie.
- 150 Factorisation de matrices.
- 151 Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
- 154 Trigonométrie.
- 155 Systèmes linéaires.
- 156 Valeurs propres.
- 157 Arithmétique dans \mathbf{Z} .
- 158 Actions de groupes. Exemples et applications
- 159 Algorithme d'Euclide dans \mathbf{Z} . Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications.

- 160** Algorithmes du pivot de Gauss. Applications.
- 161** Étude métrique des courbes planes.
- 162** Rang d'une matrice ; déterminations, algorithmes de calcul.

Leçons d'analyse et probabilités



- 201** Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.
- 202** Séries à termes réels positifs. Applications.
- 203** Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus).
- 204** Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes.
- 205** Espaces préhilbertiens : projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation des fonctions.
- 206** Parties compactes de \mathbf{R}^n . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.
- 207** Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.
- 208** Théorème du point fixe. Applications.
- 209** Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.
- 210** Séries entières. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.
- 212** Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés. Exemples.
- 213** Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre π .
- 215** Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.
- 216** Théorèmes des accroissements finis. Applications.
- 217** Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
- 218** Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.
- 219** Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.
- 220** Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration de l'erreur.
- 221** Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de \mathbf{R} (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.
- 222** Intégrale d'une fonction numérique continue par morceaux sur un segment. Propriétés.
- 223** Intégrales de fonctions dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.
- 224** Équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, où a, b, c sont des fonctions continues sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs réelles ou complexes.
- 225** Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants ; écriture matricielle. Exemples.
- 227** Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité. Fonctions composées. Fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Exemples.
- 228** Théorème des accroissements finis pour une fonction réelle de classe \mathcal{C}^1 définie sur un ouvert convexe de \mathbf{R}^n . Étude des extremums.
- 229** Suite de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variable aléatoire de loi binomiale. Approximations de cette loi.
- 230** Probabilité conditionnelle et indépendance. Couples de variables aléatoires. Exemples.
- 231** Espérance, variance ; loi faible des grands nombres.
- 232** Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.
- 233** Approximation d'un nombre réel. Théorie et méthodes.
- 234** Équations différentielles.
- 235** Exponentielles et logarithmes.
- 236** Continuité, dérivabilité des fonctions d'une variable réelle.
- 237** Intégrales et primitives.
- 238** Le nombre π .
- 240** Problèmes d'extremums pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.
- 241** Diverses notions de convergence (on pourra se placer dans des contextes variés). Exemples.
- 242** Suites de nombres réels.

- 243** Fonctions numériques de deux variables réelles ; courbes de niveau, gradient.
- 244** Égalités et inégalités. Par exemple : Cauchy-Schwarz, Parseval, convexité. . .
- 245** Équations fonctionnelles.
- 246** Applications de l'analyse au calcul des grandeurs (aires, volumes. . .).
- 247** Limites à l'infini.
- 248** Mouvement à accélération centrale.
- 249** Loi normale.
- 250** Algorithmes de résolution approchée d'une équation numérique
- 251** Algorithmes de calcul du terme général d'une suite numérique et de la somme partielle d'une série numérique.
- 252** Algorithmes de calcul approché d'intégrales.
- 253** Algorithmes d'approximation des solutions d'une équation différentielle.
- 254** Algorithmes d'approximation d'un nombre réel.
- 255** Algorithmes d'approximation du nombre π .
- 256** Vitesse de convergence, accélération de convergence.

Exemples et exercices d'algèbre et géométrie



- 301** Exercices sur les groupes.
- 302** Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans \mathbf{Z} .
- 303** Exercices faisant intervenir la division euclidienne.
- 304** Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout.
- 305** Exercices faisant intervenir les nombres premiers.
- 306** Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM et mettant en œuvre des algorithmes associés.
- 307** Exercices faisant intervenir des dénombrements.
- 308** Exercices faisant intervenir les relations entre coefficients et racines d'un polynôme.
- 309** Exercices faisant intervenir polynômes et fractions rationnelles sur \mathbf{R} ou \mathbf{C} .
- 310** Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.
- 311** Exercices faisant intervenir la notion de rang.
- 312** Exercices faisant intervenir des matrices inversibles.
- 313** Exercices faisant intervenir des systèmes linéaires.
- 314** Exercices faisant intervenir des déterminants.
- 315** Exercices faisant intervenir la recherche et l'emploi de vecteurs propres et valeurs propres.
- 316** Exercices faisant intervenir la réduction des endomorphismes.
- 317** Exercices sur les endomorphismes diagonalisables.
- 318** Exercices faisant intervenir des projecteurs ou des symétries.
- 319** Exercices faisant intervenir des méthodes ou des algorithmes de calcul en algèbre linéaire.
- 320** Exercices sur les isométries vectorielles dans les espaces euclidiens en dimension 2 et en dimension 3.
- 321** Exercices faisant intervenir la réduction des matrices réelles symétriques.
- 322** Exercices sur les formes quadratiques.
- 323** Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.
- 324** Exercices faisant intervenir des similitudes planes directes ou indirectes.
- 325** Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimension 2 et en dimension 3.
- 326** Exercices faisant intervenir la notion de barycentre.
- 327** Exercices faisant intervenir des applications affines.
- 329** Exercices sur les aires et les volumes.
- 330** Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimension 2 et en dimension 3.
- 331** Exercices sur la cocyclicité.
- 332** Exercices sur les cercles.
- 333** Exercices de géométrie plane faisant intervenir des triangles isométriques ou semblables.
- 334** Exercices sur les coniques.
- 335** Exemples d'étude de courbes planes.
- 337** Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure...).
- 338** Exercices sur les propriétés métriques des courbes de l'espace.
- 339** Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.
- 340** Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.
- 341** Exercices de construction en géométrie plane.
- 342** Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repère.
- 343** Exercices de cinématique du point.
- 345** Exercices sur les triangles.
- 346** Exemples de résolution de problèmes modélisés par des graphes.
- 347** Exercices faisant intervenir la trigonométrie.

Exemples et exercices d'analyse et probabilités



- 401 Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes.
- 402 Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.
- 403 Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.
- 404 Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.
- 405 Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.
- 406 Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence ou de divergence.
- 407 Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.
- 408 Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.
- 409 Exercices sur les suites de polynômes orthogonaux.
- 410 Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions d'une variable réelle.
- 411 Exemples d'étude de fonctions définies par une série.
- 412 Exemples de développements en série entière. Applications.
- 413 Exemples d'emploi de séries entières ou trigonométriques pour la recherche de solutions d'équations différentielles.
- 414 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.
- 415 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une variable réelle.
- 417 Exemples d'approximations de fonctions numériques ; utilisations.
- 418 Exemples d'utilisation de développements limités.
- 419 Exemples d'utilisation d'intégrales pour l'étude de suites et de séries.
- 420 Exemples d'utilisation de suites ou de séries pour l'étude d'intégrales.
- 421 Exemples de calcul de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment.
- 422 Exemples d'étude d'intégrales impropres.
- 423 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.
- 425 Exemples de calculs d'aires et de volumes.
- 426 Exemples de calculs d'intégrales multiples.
- 427 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.
- 428 Exemples de résolution d'équations différentielles scalaires.
- 429 Exemples de résolution de systèmes différentiels linéaires.
- 430 Exemples d'équations différentielles issues des sciences expérimentales ou de l'économie.
- 431 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une variable, d'une fonction numérique de deux variables.
- 432 Exemples d'approximations d'un nombre réel.
- 433 Approximations du nombre π .
- 434 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.
- 435 Exemples d'étude probabiliste de situations concrètes.
- 436 Exemples de calculs de primitives.
- 437 Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.
- 438 Exemples de problèmes de dénombrement.
- 439 Exemples de calculs de la norme d'une application linéaire continue.
- 440 Exemples de calculs de la longueur d'un arc de classe \mathcal{C}^1 .
- 441 Exemples de systèmes différentiels linéaires $Y' = AY$ à coefficients réels constants en dimension 2. Allure des trajectoires.
- 442 Exemples d'exercices faisant intervenir le calcul des probabilités.

443 Exemples de résolution approchée d'équations $F(X) = 0$.