

Préparation à l'agrégation interne de mathématiques

Jean-Marie Monier

pour mercredi 5 septembre 2007

Exercices d'entraînement

Thème : Intégration, séries numériques

1 Existence et calcul de :

$$a) \int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx \quad b) \int_0^1 \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx \quad c) \int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2+x+1} dx \quad d) \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x(1-x)}} dx.$$

2 Déterminer la nature de l'intégrale impropre $\int_{\rightarrow 1}^{\rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \operatorname{Arcsin} \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx.$

3 Déterminer la nature de la série de terme général :

$$a) e - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \quad b) \frac{n!}{n^n} \quad c) \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^{n+1}} \quad d) \frac{(-1)^n}{n \ln n}.$$

4 Existence et calcul de $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$
