---

**Exercice 1**

Soit $(u_i)_{i\in\mathbb{N}}$ la progression arithmétique définie par $u_0 = a$ et $u_{i+1} = u_i + r$. On note $S_n^m = \Sigma_{i=0}^{i=n-1} u_i^m$. Montrer que

$$(u_{n-1}+r)^{m+1} = a^{m+1} + \binom{1}{m+1} r S_n^m + \binom{2}{m+1} r^2 S_n^{m-1} + \dots$$
$$+ \binom{p}{m+1} r^p S_n^{m-p+1} + \dots + n r^{m+1}$$

Retrouver les formules classiques de la somme des carrés et de cubes des $n$ premiers entiers.

**Exercice 2**

Soit $P(x) = A_0x^n + A_1x^{n-1} + A_2x^{n-2} + \dots + A_n$ avec $A_0 \neq 0$ un polynome sur $\mathbb{C}$ (ou $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{Q}$). Soient $a_1, a_2, \dots, a_n$ ses $n$ racines sur $\mathbb{C}$. on définit :

$$\sigma_1 = \Sigma a_i \;;\; \sigma_1 = \Sigma a_{i_1} a i_2 \;;\; \dots \;;\; \sigma_p = \Sigma a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_p} \;;\; \sigma_n = \Sigma a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_n}$$

Montrer que

$$\sigma_1 = -\frac{A_1}{A_0}, \sigma_1 = (-1)^2 \frac{A_2}{A_0}, \dots, \sigma_p = (-1)^p \frac{A_p}{A_0},\ \dots, \sigma_n = (-1)^n \frac{A_n}{A_0}$$

**Exercice 3**

Quelle relation doit lier les coefficients de l'équation du troisième degré $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ pour ses racines vérifient

$$\frac{2}{x_1} = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$$

Quelle relation doit vérifier les coefficients d'une équation du quatrième degré pour que ses racines vérifient

$$x_1 + x_2 = x_3x_4$$

**Exercice 4**

A quelle condition les images des racines de l'équation

$$z^4 + pz^3 + qz^2 + rz + s = O$$

sont-elles les sommets d'un losange ?

**Exercice 5**

Calculer la valeur de

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$$

où $a$, $b$ et $c$ sont les racines de $x^3 + px + q = 0$.

**Exercice 6**

Pour $n = 2, 3, 4$, résoudre le système

$$x + y = a + 1 \qquad\qquad x^n + y^n = a^n + 1$$